

$$\left\lceil \left\lfloor \frac{x}{m} \right\rfloor \right\rceil = \left\lfloor \frac{x}{m} \right\rfloor$$

Demostración.

- (1) $\left\lfloor \frac{x}{m} \right\rfloor = a$.. simbolizando
- (2) $a \leq \frac{x}{m} < a + 1$.. teorema 4
- (3) $am \leq x < am + m$.. multiplic. por m
- (4) $am \leq x \wedge x < am + m$.. separando desigualdades
- (5) $am \leq \lfloor x \rfloor \wedge \lfloor x \rfloor < am + m$.. teoremas 6 y 7
- (6) $am \leq \lfloor x \rfloor < am + m$.. conjuntiva en (5)
- (7) $a \leq \frac{\lfloor x \rfloor}{m} < a + 1$.. dividiendo por m
- (8) $\left\lceil \left\lfloor \frac{\lfloor x \rfloor}{m} \right\rfloor \right\rceil = a$.. teorema 4 en (7)
- (9) $\therefore \left\lceil \left\lfloor \frac{\lfloor x \rfloor}{m} \right\rfloor \right\rceil = \left\lfloor \frac{x}{m} \right\rfloor$.. sustit. (1) en (8)

□