$f'(c) = 0$

$[a, b]$

CÁLCULO DE UNA VARIABLE

VALORES EXTREMOS

CUADERNO DE TRABAJO

Máximos, Mínimos y el Teorema del Valor Extremo

$f(c) \geq f(x)$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com

Teoría: Las Cumbres y los Valles

En matemáticas aplicadas, casi siempre buscamos optimizar algo: maximizar ganancias, minimizar costos, encontrar la tensión máxima que soporta un cable. El cálculo diferencial nos da las herramientas perfectas para encontrar estos **valores extremos**.

PROFE TEO

Cuidado con la terminología: el "máximo.es el valor de y (la altura). El punto donde ocurre es el valor de x. Si te piden .el máximo", da el valor de la función.

1. Extremos Absolutos y Relativos

- **Máximo absoluto:** $f(c) \geq f(x)$ para todo x en el dominio de f. Es el pico más alto de toda la montaña.
- **Mínimo absoluto:** $f(c) \leq f(x)$ para todo x en el dominio de f. Es el valle más profundo.
- **Extremos relativos (o locales):** Ocurren si la condición se cumple solo en un intervalo abierto cercano a c. Son cumbres o valles "locales".

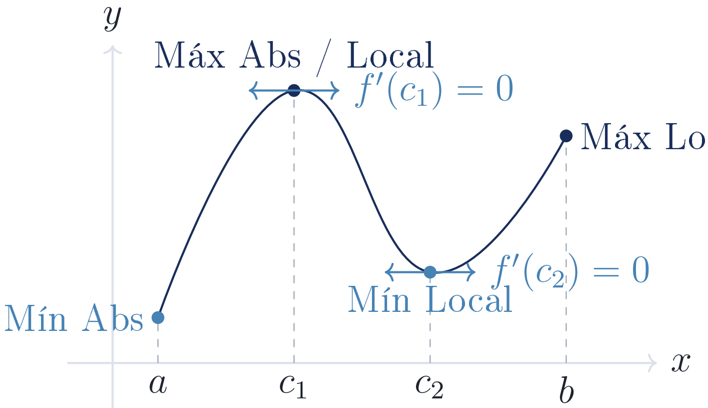
2. Teorema del Valor Extremo (TVE)

Si f es **continua** en un intervalo **cerrado** $[a, b]$, entonces f obligatoriamente alcanza un máximo absoluto $f(c)$ y un mínimo absoluto $f(d)$ en algunos números c y d de ese intervalo.

Para hallar estos extremos, usamos el **Teorema de Fermat**, que nos dice que si f tiene un extremo local en c, entonces la derivada $f'(c)$ es 0 o no existe. A estos números c se les llama **números críticos**.

PROFE TEO

¡El TVE es una garantía! Pero ojo, la función debe ser continua y el intervalo debe tener corchetes $[a, b]$. Si es abierto (a, b), la función podría escapar hacia el infinito y no tener máximo.



3. El Método del Intervalo Cerrado

Para hallar los extremos absolutos de una función continua f en $[a, b]$:

1. Encuentre los valores de f en los números críticos dentro de (a, b).
2. Encuentre los valores de f en los extremos del intervalo: $f(a)$ y $f(b)$.
3. El más grande de los pasos 1 y 2 es el máximo absoluto; el más pequeño es el mínimo absoluto.

Bloque I: 5 Problemas Matemáticos Resueltos

Problema Resuelto 1: Polinomio en Intervalo Cerrado

Enunciado: Halle los extremos absolutos de $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ en $[-1/2, 4]$. **Solución:** 1. Hallamos números críticos: $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$. Igualando a cero: $x = 0$ y $x = 2$. Ambos están en $[-1/2, 4]$. 2. Evaluamos f en críticos y extremos: $f(-1/2) = -1/8 - 3/4 + 1 = 1/8$ $f(0) = 1$ $f(2) = 8 - 12 + 1 = -3$ $f(4) = 64 - 48 + 1 = 17$ **Respuesta:** El máximo absoluto es 17 (en $x = 4$) y el mínimo absoluto es -3 (en $x = 2$).

Problema Resuelto 2: Derivada Inexistente (Cúspide)

Enunciado: Determine los extremos absolutos de $f(x) = 3x^{2/3} - 2x$ en $[-1, 1]$. **Solución:** Derivamos: $f'(x) = 2x^{-1/3} - 2 = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} - 2$. $f'(x) = 0 \implies \sqrt[3]{x} = 1 \implies x = 1$. $f'(x)$ no existe si $x = 0$. (Ambos son críticos). Evaluamos en críticos y extremos $x \in \{-1, 0, 1\}$: $f(-1) = 3(1) - 2(-1) = 5$ $f(0) = 0$ $f(1) = 3(1) - 2(1) = 1$ **Respuesta:** Máximo absoluto 5 (en $x = -1$), mínimo absoluto 0 (en $x = 0$).

PROFE TEO

¡No te confíes! Un número crítico también ocurre cuando la derivada NO existe. Esto pasa mucho con picos, cúspides o raíces con exponentes fraccionarios como $x^{2/3}$.

Problema Resuelto 3: Función Racional

Enunciado: Halle los extremos de $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ en el intervalo $[3, 6]$. **Solución:** Derivamos (cociente): $f'(x) = \frac{2x(x-2) - x^2(1)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$. $f'(x) = 0 \implies x(x-4) = 0 \implies x = 0, x = 4$. Solo $x = 4$ pertenece a $[3, 6]$. Evaluamos: $f(3) = 9/1 = 9$ $f(4) = 16/2 = 8$ $f(6) = 36/4 = 9$ **Respuesta:** Máximo absoluto 9 (en $x = 3$ y $x = 6$), mínimo absoluto 8 (en $x = 4$).

Problema Resuelto 4: Cumbres Trigonométricas

Enunciado: Determine extremos absolutos de $f(x) = x - 2\cos x$ en $[0, \pi]$. **Solución:** $f'(x) = 1 + 2\sin x$. $f'(x) = 0 \implies \sin x = -1/2$. En el intervalo $[0, \pi]$, el seno es siempre positivo o cero. No hay solución en este intervalo. Por lo tanto, no hay números críticos internos. Evaluamos solo en los extremos: $f(0) = 0 - 2(1) = -2$ $f(\pi) = \pi - 2(-1) = \pi + 2 \approx 5{,}14$ **Respuesta:** Máx abs es $\pi + 2$, Mín abs es -2.

PROFE TEO

Asegúrate de evaluar siempre la función original $f(x)$ al final, NO en la derivada $f'(x)$. Un error común de examen es meter el crítico en f' y ¡oh sorpresa!, da cero.

Problema Resuelto 5: Extremo con Logaritmos

Enunciado: Encuentre los valores extremos de $f(x) = x^2 \ln x$ en $[1/e, e]$. **Solución:** $f'(x) = 2x \ln x + x^2(1/x) = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1)$. $f'(x) = 0 \implies x = 0$ (fuera del dominio) o $2 \ln x + 1 = 0 \implies \ln x = -1/2 \implies x = e^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{e}}$. Evaluamos en $x \in \{e^{-1}, e^{-1/2}, e^1\}$: $f(e^{-1}) = (e^{-1})^2 \ln(e^{-1}) = e^{-2}(-1) = -1/e^2 \approx -0{,}135$ $f(e^{-1/2}) = (e^{-1/2})^2 \ln(e^{-1/2}) = e^{-1}(-1/2) = -1/(2e) \approx -0{,}184$ $f(e) = e^2 \ln(e) = e^2 \approx 7{,}389$ **Respuesta:** Máximo e^2, Mínimo $-1/(2e)$.

Bloque II: 5 Aplicaciones Resueltas

Aplicación 1: Altura Máxima de Dron

Contexto: Un dron de exploración geológica asciende siguiendo la trayectoria $h(t) = -2t^3 + 24t^2 + 10$ metros durante un ciclo de diez segundos. Determine la altitud máxima absoluta alcanzada en este sobrevuelo cartográfico cerrado.
Solución: $h'(t) = -6t^2 + 48t = -6t(t-8) = 0 \implies t = 0, t = 8$. Evaluamos en $t \in \{0, 8, 10\}$: $h(0) = 10$. $h(8) = -2(512) + 24(64) + 10 = 522$. $h(10) = -2000 + 2400 + 10 = 410$. **Respuesta:** La altitud máxima es 522 metros.

Aplicación 2: Eficiencia de Combustión

Contexto: El rendimiento termodinámico de un motor experimental se modela mediante $R(x) = \frac{4x}{x^2+4}$ julios, siendo x el caudal de oxígeno entre cero y cinco litros. Calcule la inyección óptima que maximiza la potencia motriz instantánea.
Solución: $R'(x) = \frac{4(x^2+4)-4x(2x)}{(x^2+4)^2} = \frac{16-4x^2}{(x^2+4)^2} = 0 \implies x^2 = 4 \implies x = 2$ (en el intervalo). $R(0) = 0$, $R(2) = 8/8 = 1$, $R(5) = 20/29 \approx 0{,}68$. **Respuesta:** La inyección óptima es 2 litros.

PROFE TEO
Las aplicaciones físicas del TVE siempre te darán un intervalo cerrado natural $[a, b]$, dictado por los límites reales de la materia, como $t \geq 0$ o la longitud máxima de un material.

Aplicación 3: Minimización de Fatiga

Contexto: El estrés transversal sobre una viga pretensada varía según $S(d) = d^4 - 8d^3 + 16d^2$ pascales, donde d es la distancia desde el soporte maestro entre cero y cinco metros. Identifique la distancia de menor fatiga estructural.
Solución: $S'(d) = 4d^3 - 24d^2 + 32d = 4d(d^2 - 6d + 8) = 4d(d-2)(d-4) = 0$. Críticos: $0, 2, 4$. Extremos: $0, 5$. $S(0) = 0$, $S(2) = 16 - 64 + 64 = 16$, $S(4) = 256 - 512 + 256 = 0$, $S(5) = 625 - 1000 + 400 = 25$. **Respuesta:** Menor fatiga en soportes $d = 0$ y $d = 4$ metros.

Aplicación 4: Rentabilidad en Servidores

Contexto: Las utilidades diarias operando una red de servidores rinden $U(n) = 100ne^{-n/5}$ dólares, con un máximo de diez servidores activos en red local. Establezca el número de nodos para garantizar la máxima ganancia informática financiera.
Solución: $U'(n) = 100e^{-n/5} + 100n(-1/5)e^{-n/5} = 20e^{-n/5}(5-n) = 0 \implies n = 5$. $U(0) = 0$. $U(5) = 500e^{-1} \approx 183{,}9$. $U(10) = 1000e^{-2} \approx 135{,}3$. **Respuesta:** Se maximiza con 5 servidores activos.

Aplicación 5: Absorción Farmacológica

Contexto: La biodisponibilidad sistémica de un analgésico intravenoso escala según $C(t) = t^2\sqrt{4-t}$ miligramos por decilitro, midiendo el plasma durante las primeras cuatro horas. Detecte el pico de saturación máxima en el flujo sanguíneo orgánico central.

Solución: $C'(t) = 2t\sqrt{4-t} + t^2\frac{-1}{2\sqrt{4-t}} = \frac{4t(4-t)-t^2}{2\sqrt{4-t}} = \frac{16t-5t^2}{2\sqrt{4-t}} = 0$. $t(16-5t) = 0 \implies t = 0, t = 16/5 = 3{,}2$ horas. $C(0) = 0$, $C(4) = 0$. $C(3{,}2) = (3{,}2)^2\sqrt{0{,}8} \approx 10{,}24(0{,}89) \approx 9{,}16$. **Respuesta:** El pico máximo ocurre a las 3,2 horas.

Bloque III: 10 Problemas de Reflexión

Responda conceptualmente argumentando su razonamiento lógico, analítico o gráfico.

1. Analice el Teorema del Valor Extremo. Si retiramos la condición de que el intervalo debe ser cerrado, grafique una función continua en $(0, 1)$ que carezca totalmente de valores máximos y mínimos absolutos.

2. Argumente lógicamente por qué el Teorema de Fermat establece que $f'(c) = 0$ es una condición necesaria pero no suficiente para la existencia de un extremo local. Apóyese en la función $f(x) = x^3$.

3. Si evaluamos una función en un intervalo cerrado y obtenemos que su único número crítico es un mínimo local, ¿es geométricamente obligatorio que este sea también el mínimo absoluto en dicho intervalo?

4. Evalúe el impacto de la discontinuidad. Construya un modelo gráfico simple donde una función definida en $[a, b]$ no alcance un máximo absoluto debido a un salto abrupto en su estructura geométrica.

5. Explique cinemáticamente la relación entre los puntos de retorno (donde la velocidad es nula) y los valores extremos de posición en el modelado de una partícula en movimiento rectilíneo restringido.

6. Analice la situación de una función constante $f(x) = k$ en $[a, b]$. Clasifique todos los puntos del intervalo bajo los conceptos estrictos de extremos absolutos y relativos simultáneamente.

7. En el método del intervalo cerrado, a menudo los estudiantes olvidan evaluar los extremos a y b. Justifique teóricamente qué porción crítica de la geometría de la curva se ignora al cometer esta omisión.

8. Demuestre que si una función continua posee dos máximos locales distintos en un intervalo abierto, inevitablemente debe existir al menos un mínimo local ubicado analíticamente entre ellos.

9. Detalle el protocolo algebraico para lidiar con puntos de çúspide.º "picos.ªgudos. ¿Por qué es fundamental que la definición de número crítico incluya los puntos donde la derivada falla en existir?

10. Un analista sugiere que las funciones exponenciales puras $y = a^x$ carecen de números críticos en los números reales. Justifique esta afirmación y su impacto al buscar extremos en intervalos cerrados.

Bloque IV: 20 Problemas Propuestos Matemáticos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Halle los extremos absolutos de $f(x) = x^2 - 4x + 3$ en el intervalo $[0, 5]$.

Guía de Solución Interactiva

1. Obtenemos la derivada y números críticos: $f'(x) =$ _______________ $= 0 \implies x =$ _____.

2. Evaluamos en el crítico y los bordes: $f(0) =$ _____, $f($_____$) =$ _____, $f(5) =$ _____.

3. Comparamos valores: Máximo absoluto es __________, mínimo absoluto es __________.

Problema 2. Obtenga el máximo absoluto de $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ en $[-2, 2]$.

Guía de Solución Interactiva

1. Derivamos usando regla del cociente: $f'(x) = \frac{\rule{4cm}{0.4pt}}{(x^2+1)^2} = 0 \implies x = \pm 1$.

2. Evaluamos los puntos críticos y extremos: $f(-2) = -0{,}8$, $f(-1) =$ _____, $f(1) =$ _____, $f(2) = 0{,}8$.

3. El valor máximo absoluto en este rango continuo es __________.

Problema 3. Determine los extremos de $f(x) = \sin x + \cos x$ en $[0, \pi]$.

Guía de Solución Interactiva

1. Derivada trigonométrica: $f'(x) =$ _______________ $= 0 \implies \tan x = 1 \implies x =$ _____.

2. Evaluamos: $f(0) =$ _____, $f(\pi/4) = \sqrt{2}$, $f(\pi) =$ _____.

3. Conclusión: Máximo __________, Mínimo __________.

PROFE TEO

Las funciones trigonométricas son cíclicas. Si tu intervalo es muy grande, ¡podrías tener múltiples números críticos repetidos en los picos de las ondas!

Problemas Generales Analíticos

Problema 4. Calcule los extremos absolutos de $f(x) = x^3 - 12x$ en $[0, 4]$.

Problema 5. Determine el máximo absoluto de $y = -2x^2 + 8x - 5$ en $[1, 3]$.

Problema 6. Halle los extremos de la función $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ en $[-2, 1]$.

Problema 7. Derive e identifique extremos para $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ en $[-1, 2]$.

Problema 8. Resuelva los valores extremos de $y = (x - 1)^3$ en $[-1, 2]$.

Problema 9. Encuentre el mínimo absoluto para el bloque analítico $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$ en $[-4, 4]$.

Problema 10. Determine los extremos trascendentes de $h(t) = te^{-t}$ en $[0, 2]$.

Problema 11. Determine el máximo absoluto de la función logarítmica $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ en $[1, e^2]$.

Problema 12. Obtenga los extremos absolutos de $y = x - \ln x$ en $[1/2, 2]$.

Problema 13. Derive la función asimétrica $f(x) = x^{2/3}(x-5)$ y halle extremos en $[-1, 8]$.

Problema 14. Halle los extremos de la función valor absoluto $y = |x^2 - 4|$ en $[-3, 1]$.

Problema 15. Calcule el valor mínimo de $f(x) = e^x - x$ en el intervalo cerrado $[0, 2]$.

Problema 16. Determine los valores absolutos límite de $g(x) = x\sqrt{4-x^2}$ en $[-2, 2]$.

Problema 17. Resuelva el operador analítico para $f(w) = \sin^2 w + \cos w$ en $[0, \pi]$.

Problema 18. Encuentre el máximo global de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ evaluado en $[-2, 4]$.

Problema 19. Pruebe analíticamente que $y = \arctan x - x$ es estrictamente decreciente, identificando sus extremos en $[-1, 1]$.

Problema 20. Halle el mínimo absoluto de la composición radicular $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$ en $[-1, 2]$.

Bloque V: 20 Problemas de Aplicación Propuestos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. La presión de una compuerta de represa hidroeléctrica varía modelada bajo $P(h) = 3h^2 - h^3$ megapascales. Profundidad entre cero y tres metros. Halle el pico máximo tensional contenido.

Guía de Solución Interactiva

1. Extraer presión crítica: $P'(h) =$ __________ $= 0 \implies h =$ _____. 2. Testear extremos y críticos: $P(0) =$ _____, $P(2) =$ _____, $P(3) =$ _____. 3. La tensión máxima registrada alcanza los __________ MPa.

Problema 2. La intensidad lumínica transmitida por un cable de fibra óptica atenúa según factor $I(x) = xe^{-x/2}$ lúmenes, con x distancia óptica entre cero y cinco kilómetros. Calcule transmisión óptima estelar.

Guía de Solución Interactiva

1. Gradiente fotónico: $I'(x) = e^{-x/2}($__________$) = 0 \implies x =$ _____. 2. Contraste distancias: $I(0) = 0$, $I(2) =$ _____, $I(5) = 5e^{-2,5}$. 3. Tráfico máximo fotónico consolidado __________ lúmenes relativos.

Problema 3. El número de colonias bacterianas activas tras inyectar un sustrato biológico reacciona mediante $N(t) = t^4 - 8t^2 + 20$ cultivos. Analice el colapso demográfico mínimo dentro de tres horas clínicas de contención.

Guía de Solución Interactiva

1. Colapso crítico celular: $N'(t) =$ __________ $= 0 \implies t =$ _____. 2. Puntos fronterizos temporales: $N(0) =$ _____, $N(2) =$ _____, $N(3) =$ _____. 3. El piso demográfico letal marca __________ colonias supervivientes.

PROFE TEO
En biología matemática, poblaciones sujetas a recursos limitados casi siempre siguen un modelo polinómico donde la tasa máxima ocurre justo antes de que los recursos se agoten (mínimo poblacional).

Problemas Generales Contextualizados

Problema 4. La logística de inventarios almacena refacciones asumiendo costo diario $C(q) = q^2 - 100q + 3000$ dólares. Limite capacidad entre cero y sesenta paletas unificadas. Determine el stock perfecto que minimiza gastos de bodega.

Problema 5. El tensor de acero anclando puente colgante soporta oscilaciones sísmicas $T(v) = v^3 - 3v + 5$ toneladas fuerza, vibrando velocidades v en $[0, 2]$. Precise la tensión marginal sísmica de resistencia estructural inquebrantable mayor.

Problema 6. La aerodinámica del perfil alar sufre arrastre friccional aire turbulento modelado por función $A(x) = \frac{x^2+1}{x}$ newtons métricos, velocidad x de 0,5 a 3 match. Obtenga umbral eficiente cortaviento para diseño aerodinámico plano.

Problema 7. Una sala de resonancia acústica absorbe decibeles armónicos rebotados muros perimetrales según espectro ciego $R(f) = f - \sqrt{f}$ frecuencias $[0, 1]$. Halle anulación fónica mínima detectando silenciadores de sala blanca espectral.

Problema 8. El rendimiento agrícola hectárea cereal reacciona saturación abono fosforado marcando cosecha bruta $K(a) = -2a^3 + 15a^2 + 36a$ toneladas. Topado seis toneladas químicas. Estime producción pico optimizando abono de suelo árido productivo.

Problema 9. El evaporador de reserva salina disminuye caudal dulce vertiendo soluto cristalino bajo ritmo métrico $E(t) = t^2 \ln(t)$ galones, temporalidad de uno a cinco días críticos sequía. Pronostique evaporación máxima salinizadora desastre estuarial hídrico.

Problema 10. El nodo de telecomunicaciones acusa latencia enrutamiento tráfico paquetes internet curva técnica $L(p) = \sin(\pi p) - p$ milisegundos retardo, paquetes $[0, 1]$. Diagnostique el embotellamiento digital veloz minimizando salto de ruteo estático global.

Problema 11. La celda de litio celular degrada ion carga química perdiendo capacidad amperaje voltaje función curva de memoria $D(c) = c^{2/3}(c-4)$ ciclos en $[0, 8]$. Cuantifique el pozo de desgaste eléctrico insalvable operativo acumulado.

Problema 12. El escudo plomado contra radiación gamma retiene penetración dosis letal grosor milimétrico optimizado función $R(x) = 100xe^{-x/3}$ rems. Bloques entre cero y diez milímetros sólidos. Encuentre aislamiento protector denso absorción radiactiva plomada integral.

Problema 13. La bomba de extracción acuífera purga socavón minero subterráneo elevando galones lodazal fango densidad métrica $F(h) = h^3 - 6h^2 + 9h$ toneladas $[0, 4]$. Detecte extracción inercial masiva de lodo para vaciado socavón perimetral subterráneo.

Problema 14. El monobloque de aleación aeronáutica titanio carbono prueba fatiga rotura tracción probeta límite mecánico elástico resiliencia modelada $M(x) = |x^2 - 6x|$ newtons en rango $[1, 5]$. Identifique debilidad de quiebre absoluto del material molecular.

Problema 15. El choque de onda sismográfica epicentro rasante propaga falla placa tectónica registrando sacudida telúrica vibracional $O(t) = t\cos(t)$ en rango temporal $[0, \pi/2]$. Extraiga intensidad vibratoria destructiva cúspide inicial oscilación de onda telúrica picos.

Problema 16. El láser de mecanizado corte funde acero quirúrgico focalizando prisma fotones láser concentración calor focal $Q(r) = \frac{r^2}{r^3+1}$ julios en radio centímetro $[0, 2]$. Obtenga punto fusión plasma puro máximo pulso cuántico focal corte.

Problema 17. El tracto gastrointestinal absorbe cápsula nanomédica liberando torrente sanguíneo principio activo analgésico según $B(t) = e^{2t} - e^t$ miligramos hora de asimilación hepática total en $[0, 1]$. Determine barrera cero absorción fisiológica metabolismo orgánico sanguíneo general.

Problema 18. La marea costera lunar altera canal navegación de estuario rocoso elevando quillas buque mercante marea alta función nivel flotabilidad $H(x) = \sec x + \tan x$ pies bajamar de $[0, \pi/4]$. Detecte encallamiento mínimo rocoso buque.

Problema 19. La red neuronal perceptrón actualiza pesos de conexión retropropagando error cuadrático aprendizaje profundo máquina iterando pérdida matemática curva $J(w) = w^4 - 2w^2 + 1$ en dominio convergente sesgo $[-1, 2]$. Establezca exactitud modelo predictivo inteligencia artificial minimizado local.

Problema 20. El acelerador lineal de sincrotrón confina colisión plasma antimateria electromagnética tubo magnético evacuado derivando colisión contención campo $C(z) = \frac{z}{\ln z}$ teslas vacío absoluto sobre rango calibración haz luminoso $[e, e^3]$. Evalúe pozo estabilidad campo magnético repulsivo mínimo focal puro.

Claves de Respuestas

Propuestos Matemáticos

1. Máx: 8 (x=5), Mín: -1 (x=2).
2. Máx: 1 (x=1), Mín: -1 (x=-1).
3. Máx: $\sqrt{2}$, Mín: -1.
4. Máx: 16 (x=4), Mín: -16 (x=2).
5. Máx: 3 (x=2).
6. Máx: 11 (x=-2), Mín: 2 (x=1, -1).
7. Máx: 3 (x=0), Mín: $\sqrt{5}$ (x=2).
8. Máx: 1 (x=2), Mín: -8 (x=-1).
9. Mín: -1 (x=0).
10. Máx: $1/e$ (x=1), Mín: 0 (x=0).
11. Máx: $1/e$ (x=e), Mín: 0 (x=1).
12. Máx: $2 - \ln 2$ (x=2), Mín: 1 (x=1).
13. Máx: 12 (x=8), Mín: $-3\sqrt[3]{4}$ (x=2).
14. Máx: 5 (x=-3), Mín: 0 (x=-2).
15. Mín: 1 (x=0).
16. Máx: 2, Mín: -2.
17. Máx: 5/4 (w=π/3), Mín: -1.
18. Máx: 10 (x=-1).
19. Máx: $1 - \pi/4$ (x=-1), Mín: $\pi/4 - 1$ (x=1).
20. Mín: $-\sqrt[3]{1/4}$ (x=1/2).

Propuestos de Aplicación

1. 4 MPa.
2. $2/e$ lúmenes.
3. 4 colonias sobrevivientes.
4. 50 paletas de stock.
5. 7 ton. fuerza (v=2).
6. $x = 1$ Mach.
7. $-1/4$ fónica (f=1/4).
8. 254 toneladas.
9. $25 \ln 5$ galones evaporados.
10. Mínimo: -1 (p=1).
11. $-2{,}38$ desgaste ($c = 1{,}6$).
12. $300/e$ rems.
13. 4 toneladas extracción ($h = 1, h = 4$).
14. Mínimo es 0 quiebre ($x = 0$ u $x = 6$).
15. Raíz implícita $\cos t = t \sin t$.
16. Fusión máxima: $\sqrt[3]{2}$ radio.
17. 0 asimilación inicial metabólica.
18. 1 pie flotabilidad (x=0).
19. 0 de pérdida (w=1 o w=-1).
20. e de contención focal (z=e).

¡El Máximo Potencial!

'En el cálculo, los valores extremos nos enseñan que el punto más alto o el más bajo de nuestra trayectoria siempre se encuentra cuando la inercia se detiene a reflexionar ($f'(c) = 0$) o cuando se enfrenta a una ruptura de los límites conocidos (extremos). Si buscas optimizar tu vida, atrévete a explorar tus propios números críticos.'

- La optimización del esfuerzo absoluto

¡Enhorabuena! Has perfeccionado tu habilidad para encontrar la cúspide analítica.

Máx

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com