$\lim_{x \to \infty} f(x)$

CÁLCULO DE UNA VARIABLE

TRAZADO DE CURVAS

CUADERNO DE TRABAJO

Análisis Completo: Asíntotas, Extremos y Concavidad

$= 0$

$y = mx + b$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com

Teoría: El Arte de la Síntesis Matemática

Hasta ahora hemos estudiado las herramientas del cálculo por separado. El trazado de curvas es la prueba definitiva: debemos sintetizar pre-cálculo, límites, primera y segunda derivada para revelar la verdadera geometría analítica de cualquier función.

PROFE TEO

Sigue este orden siempre. No intentes derivar sin antes conocer el dominio. De lo contrario, podrías buscar máximos en zonas donde la función ¡ni siquiera existe!

Fase 1: Análisis Pre-Diferencial (Álgebra y Límites)

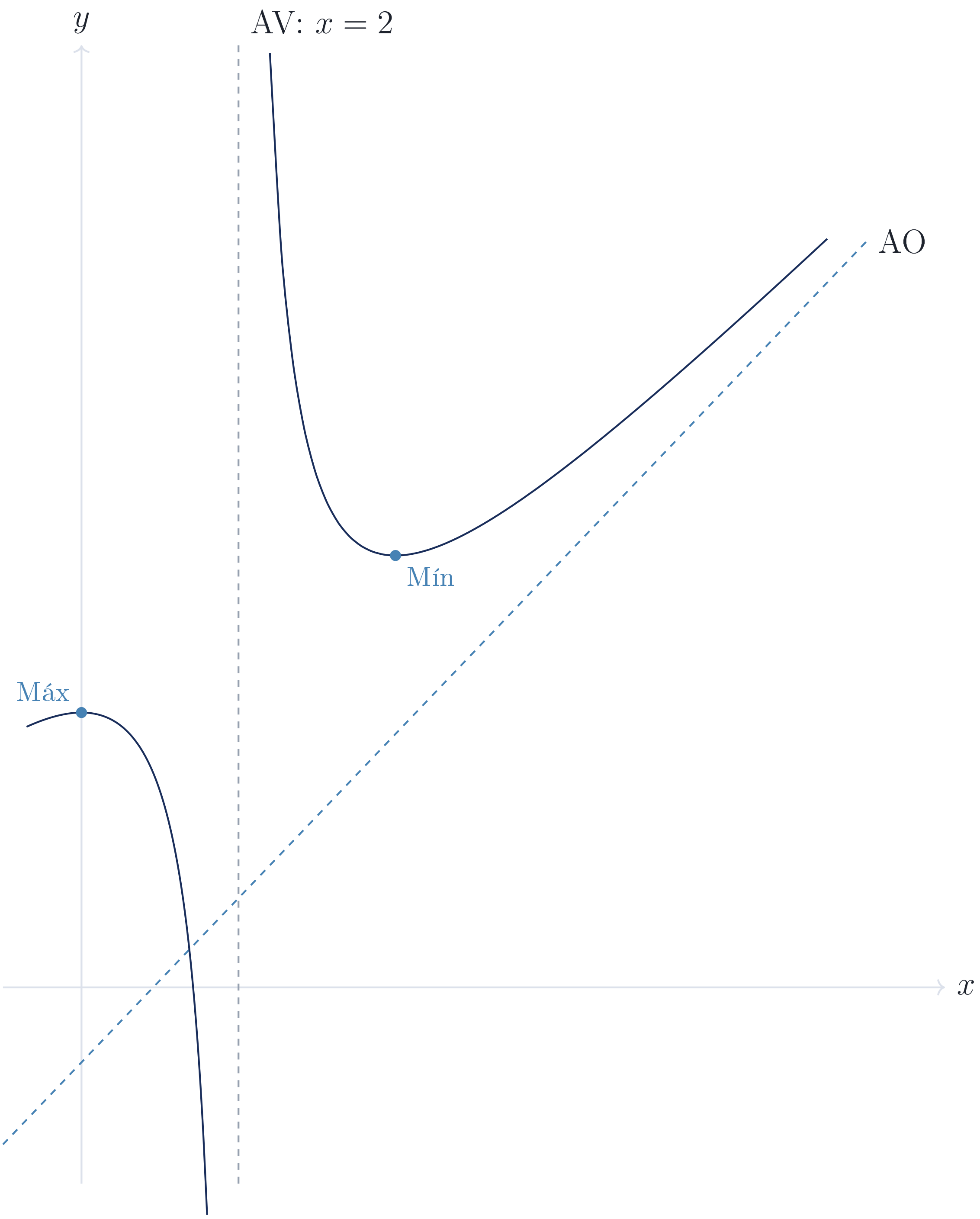
1. **Dominio:** Identifique restricciones (denominadores cero, raíces pares negativas, logaritmos de negativos).
2. **Intersecciones:** Eje y evaluando $f(0)$. Eje x resolviendo $f(x) = 0$.
3. **Simetría:** Par si $f(-x) = f(x)$ (simetría eje y). Impar si $f(-x) = -f(x)$ (simetría origen). Periódica si $f(x+p) = f(x)$.
4. **Asíntotas:**
   - *Verticales (AV):* Límites donde $x \to a$ resulta en $\pm\infty$.
   - *Horizontales (AH):* Evalúe $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = L$.
   - *Oblicuas (AO):* Si el grado del numerador supera en exactamente 1 al del denominador. Se hallan por división de polinomios $y = mx + b$.

PROFE TEO

¡Atención! Una función racional NO puede tener una Asíntota Horizontal y una Oblicua simultáneamente hacia el mismo infinito. O es una, o es la otra.

Fase 2: Análisis Diferencial (El Cálculo)

1. **Primera Derivada (f'):**
   - Halle los números críticos ($f' = 0$ o no existe).
   - Defina intervalos de crecimiento ($f' > 0$) y decrecimiento ($f' < 0$).
   - Identifique Máximos y Mínimos locales.
2. **Segunda Derivada (f''):**
   - Halle donde $f'' = 0$ o no existe.
   - Defina intervalos de concavidad: Hacia arriba ($\cup$, $f'' > 0$) o abajo ($\cap$, $f'' < 0$).
   - Identifique Puntos de Inflexión.
3. **Trazado:** Esboce las asíntotas con líneas punteadas, marque las intersecciones, extremos e inflexiones, y trace la curva suavemente respetando la monotonía y concavidad.



y
AV: $x = 2$
AO
Mín
Máx
x

Bloque I: 5 Problemas Matemáticos Resueltos

Problema Resuelto 1: Función Racional con AO

Enunciado: Realice el análisis completo y trace $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$. **Solución:** 1. **Dominio:** $x \neq 0$. $((-\infty, 0) \cup (0, \infty))$. Simetría Impar $f(-x) = -f(x)$. 2. **Intersecciones:** Ninguna (numerador no es cero, $x \neq 0$). 3. **Asíntotas:** AV en $x = 0$. Dividiendo $f(x) = x + \frac{1}{x}$, AH no hay, AO es $y = x$. 4. **Derivada 1:** $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$. Críticos: $x = \pm 1$. Crece en $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$, decrece en $(-1, 0) \cup (0, 1)$. Máx en $(-1, -2)$, Mín en $(1, 2)$. 5. **Derivada 2:** $f''(x) = \frac{2}{x^3}$. Cóncava abajo en $(-\infty, 0)$, cóncava arriba en $(0, \infty)$. Sin puntos de inflexión.

Problema Resuelto 2: Campana Gaussiana

Enunciado: Analice la curva $f(x) = e^{-x^2}$. **Solución:** 1. **Dom:** $\mathbb{R}$. Intersección y: $(0, 1)$. Simetría Par. 2. **Asíntotas:** $\lim_{x\to\pm\infty} e^{-x^2} = 0 \implies$ AH en $y = 0$. No hay AV. 3. **Derivada 1:** $f'(x) = -2xe^{-x^2}$. Crítico: $x = 0$. Crece en $(-\infty, 0)$, decrece en $(0, \infty)$. Máximo global en $(0, 1)$. 4. **Derivada 2:** $f''(x) = -2e^{-x^2} + 4x^2e^{-x^2} = 2e^{-x^2}(2x^2 - 1)$. Igualando a cero: $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$. $\cup$ en $(-\infty, -1/\sqrt{2}) \cup (1/\sqrt{2}, \infty)$, $\cap$ en $(-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$. Inflexiones en $\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, e^{-1/2}\right)$.

PROFE TEO

Las funciones exponenciales e^{-x^2} son clásicas en probabilidad (Campana de Gauss). Siempre tienen simetría par y una asíntota horizontal en $y = 0$.

Problema Resuelto 3: Pico / Cúspide

Enunciado: Analice los puntos singulares de $f(x) = x^{2/3}(6-x)^{1/3}$. **Solución:** 1. **Dom:** $\mathbb{R}$. Intersecciones: $(0, 0)$ y $(6, 0)$. 2. **Derivada 1:** $f'(x) = \frac{4-x}{x^{1/3}(6-x)^{2/3}}$. Críticos: $x = 4$ (cero), $x = 0, 6$ (no existe). Crece en $(0, 4)$, decrece en $(-\infty, 0) \cup (4, \infty)$. Mínimo local en $x = 0$ (es una cúspide porque $f' \to \pm\infty$), Máximo local en $x = 4$. Tangente vertical en $x = 6$. 3. **Derivada 2:** $f''(x) = \frac{-8}{x^{4/3}(6-x)^{5/3}}$. $\cap$ en $(-\infty, 0) \cup (0, 6)$. $\cup$ en $(6, \infty)$. Inflexión en $x = 6$.

Problema Resuelto 4: Logaritmo Modificado

Enunciado: Trace las características de $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. **Solución:** 1. **Dom:** $(0, \infty)$. Intersección eje x: $(1, 0)$. 2. **Asíntotas:** $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ (AV en $x = 0$). $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ (AH en $y = 0$ por L'Hôpital). 3. **Derivada 1:** $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$. Crítico $x = e$. Crece en $(0, e)$, decrece en (e, ∞). Máximo en $(e, 1/e)$. 4. **Derivada 2:** $f''(x) = \frac{2\ln x - 3}{x^3}$. Cero en $x = e^{3/2}$. $\cap$ en $(0, e^{3/2})$, $\cup$ en $(e^{3/2}, \infty)$. Inflexión en $(e^{3/2}, 3/(2e^{3/2}))$.

Problema Resuelto 5: Trigonométrica Acotada

Enunciado: Analice $f(x) = x - 2\sin x$ en $[0, 2\pi]$. **Solución:** 1. **Dom:** $[0, 2\pi]$. Intersección y: $(0, 0)$. 2. **Derivada 1:** $f'(x) = 1 - 2\cos x$. Críticos: $x = \pi/3, 5\pi/3$. Decrece en $(\pi/3, 5\pi/3)$, crece en $(0, \pi/3) \cup (5\pi/3, 2\pi)$. Máximo local en $x = \pi/3$, mínimo local en $x = 5\pi/3$. 3. **Derivada 2:** $f''(x) = 2\sin x$. Ceros en $x = 0, \pi, 2\pi$. $\cup$ en $(0, \pi)$, $\cap$ en $(\pi, 2\pi)$. Inflexión en (π, π).

PROFE TEO

Las funciones trigonométricas son infinitas. Te pedirán trazarlas en un periodo específico, normalmente $[0, 2\pi]$. Restringe tu análisis a ese bloque.

Bloque II: 5 Aplicaciones Resueltas

Aplicación 1: Optimización de Vuelo Autónomo

Contexto: Un dron programa su ruta trazando altitud $h(t) = \frac{5t}{t^2+1}$ metros por minuto. Analice las limitaciones asintóticas y el pico máximo estructural de la maniobra de inspección satelital planificada.
Solución: AH en $\lim_{t\to\infty} h(t) = 0$ (el dron aterriza suavemente a largo plazo). Derivando: $h'(t) = \frac{5(1-t^2)}{(t^2+1)^2}$. Crítico válido $t = 1$. Evaluando, el pico de altitud (máximo absoluto) ocurre en el minuto 1, alcanzando exactamente 2,5 metros de altura de vuelo estable.

Aplicación 2: Estrés de Arco Arquitectónico

Contexto: El perfil transversal tensionado de un puente atirantado se moldea bajo $S(x) = e^{-x^2/8}$ kilopascales. Defina los puntos de inflexión donde los ingenieros deben soldar soportes para evitar fatiga de curvatura.
Solución: $S'(x) = -\frac{x}{4}e^{-x^2/8}$. $S''(x) = e^{-x^2/8}\left(\frac{x^2}{16} - \frac{1}{4}\right)$. Igualamos a cero: $\frac{x^2}{16} = \frac{1}{4} \implies x^2 = 4 \implies x = \pm 2$. Los soportes deben colocarse a ± 2 metros del centro del arco, donde la tensión muta su concavidad.

Aplicación 3: Reacción Bioquímica Limitada

Contexto: La concentración molecular en un sustrato reacciona marcando $C(t) = \frac{10t^2}{t^2+9}$ moles. Evalúe el límite de saturación asintótico y si la mezcla experimenta algún colapso de decrecimiento celular.
Solución: Límite saturación: $\lim_{t\to\infty} \frac{10t^2}{t^2+9} = 10$ moles (Asíntota Horizontal). $C'(t) = \frac{180t}{(t^2+9)^2}$. Para $t > 0$, $C'(t) > 0$. La función es estrictamente creciente. La reacción jamás decrece, se estabiliza asintóticamente hacia su límite operativo.

PROFE TEO
Las asíntotas horizontales en problemas biológicos y químicos representan *el límite de saturación* del entorno o del reactivo.

Aplicación 4: Intensidad Magnética Focal

Contexto: El campo electromagnético en un tubo de resonancia decrece su espectro bajo la ley $B(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$ teslas ($x > 0$). Identifique la barrera de asíntota del núcleo y el pico de emisión magnético.
Solución: Asintota Vertical en el núcleo $x = 0$ porque $\lim_{x\to 0^+} B(x) = -\infty$. $B'(x) = \frac{\frac{2}{x}x^2 - 2x\ln(x^2)}{x^4} = \frac{2-2\ln(x^2)}{x^3}$. Cero en $\ln(x^2) = 1 \implies x^2 = e \implies x = \sqrt{e}$. El pico de intensidad es un máximo absoluto en la coordenada radial $x = \sqrt{e}$ metros.

Aplicación 5: Temperatura de Disipación

Contexto: Una placa disipadora térmica radia calor ambiental modelando función $T(t) = te^{-t/3}$ grados celcius por segundo. Trace mentalmente la caída térmica ubicando el tope de calor y la normalización termodinámica absoluta.
Solución: Normalización: $\lim_{t\to\infty} te^{-t/3} = 0$ (AH en el eje temporal). $T'(t) = e^{-t/3}(1 - t/3)$. Igual a cero en $t = 3$. El tope es un máximo local en $t = 3$ alcanzando $3/e$ grados. Posterior a 3, decrece asintóticamente estabilizando el metal.

Bloque III: 10 Problemas de Reflexión

Responda conceptualmente argumentando su razonamiento analítico.

1. Analice el rol de las asíntotas oblicuas. ¿Por qué el álgebra exige que el grado del polinomio numerador exceda exactamente en una unidad al del denominador para que exista $y = mx + b$?

2. El Teorema de paridad acorta el trabajo gráfico a la mitad. Explique cómo el demostrar que una función es par ($f(x) = f(-x)$) permite trazar todo el plano cartesiano derivando solo para $x > 0$.

3. Un analista obtiene una asíntota vertical en $x = 3$ y al mismo tiempo un máximo local en $x = 3$. Refute este error conceptual basándose en la definición estricta de Dominio de una función.

4. Relacione la concavidad con las asíntotas. Si una función continua y derivable se acerca a una Asíntota Horizontal desde .ªbajo"por el lado positivo del eje x, ¿qué concavidad obligatoria debe tener en el infinito?

5. Describa geométricamente la diferencia entre un punto donde $f'(x)$ se anula (tangente horizontal) y un punto donde $f'(x) \to \pm\infty$ (tangente vertical) al esbozar una curva continua con raíces cúbicas.

6. Evalúe la interacción entre raíces. Si una función polinómica posee tres intersecciones en el eje x, demuestre (usando Rolle) que el trazado obliga la existencia de al menos dos extremos locales y una inflexión.

7. ¿Es matemáticamente posible que el trazado de una función racional cruce libremente su propia asíntota horizontal? Argumente con la función $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ o análogas algebraicas.

8. Detalle el protocolo de análisis para "puntos de cúspide.º retornos agudos. ¿Cómo refleja la primera y segunda derivada esta violencia geométrica en el trazo del lápiz?

9. Una función presenta $f'(x) > 0$ y $f''(x) > 0$ constante para $x > 0$. Trace mentalmente la curva y explique por qué este comportamiento imposibilita la existencia de una Asíntota Horizontal derecha.

10. Sintetice el valor del pre-cálculo. Un estudiante decide graficar usando directamente derivadas ignorando el dominio y asíntotas. Exponga tres desastres gráficos que sufrirá inevitablemente.

Bloque IV: 20 Problemas Propuestos Matemáticos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Trace el análisis base de la función polinómica $f(x) = x^3 - 3x^2$.

Guía de Solución Interactiva

1. Intersecciones: $f(0) = \underline{\qquad}$, $f(x) = 0 \implies x^2(x-3) = 0 \implies x = \underline{\qquad}, \underline{\qquad}$.

2. Primera derivada: $f'(x) = \underline{\qquad\qquad\qquad} = 0 \implies x = \underline{\qquad}, \underline{\qquad}$.
Máximo en $x = \underline{\qquad}$, Mínimo en $x = \underline{\qquad}$.

3. Segunda derivada: $f''(x) = \underline{\qquad\qquad\qquad} = 0 \implies x = \underline{\qquad}$. (Inflexión).

Problema 2. Obtenga las asíntotas y extremos de la racional $f(x) = \frac{2x}{x-1}$.

Guía de Solución Interactiva

1. Asíntotas: AV donde denominador es cero: $x = \underline{\qquad}$.
AH límite infinito: $\lim_{x\to\infty} \cdots = \underline{\qquad} \implies y = \underline{\qquad}$.

2. Derivada 1: $f'(x) = \frac{\qquad\qquad}{(x-1)^2}$. Como el numerador es constante y $\underline{\qquad}$ a cero, no existen números críticos.

3. Monotonía: $f'(x)$ es $\underline{\qquad\qquad}$, por lo que la función siempre decrece.

Problema 3. Halle la asíntota oblicua y concavidad de $f(x) = \frac{x^2-4}{x-1}$.

Guía de Solución Interactiva

1. División larga: $\frac{x^2-4}{x-1} = x + \underline{\qquad} - \frac{\qquad}{x-1}$.
Asíntota AO: $y = \underline{\qquad\qquad\qquad}$.

2. Derivada 2 (operando): $f''(x) = \frac{\qquad}{(x-1)^3}$.

3. Concavidad: Signo depende de $(x-1)^3$. $\cup$ en $(\underline{\qquad}, \infty)$ y $\cap$ en $(-\infty, \underline{\qquad})$.

PROFE TEO

En las asíntotas oblicuas $(y = mx + b)$, recuerda que la división de polinomios te da el cociente lineal, y el residuo es la parte que tiende a cero en el infinito.

Problemas Generales Analíticos

Problema 4. Realice el análisis completo para trazar $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$.

Problema 5. Determine asíntotas, monotonía y concavidad de $y = \frac{x}{x^2+1}$.

Problema 6. Analice y trace los elementos críticos de la función $f(x) = xe^x$.

Problema 7. Obtenga AO, intersecciones y extremos para $g(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2}$.

Problema 8. Analice los puntos de cúspide o retorno en $y = x^{1/3}(x - 4)$.

Problema 9. Sintetice el trazado para la racional cruzada $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$.

Problema 10. Determine concavidad y asíntotas trigonométricas de $h(t) = \tan(t)$ en $(-\pi/2, \pi/2)$.

Problema 11. Analice la existencia de extremos asintóticos en $f(x) = \ln(x^2-1)$.

Problema 12. Obtenga el esqueleto para graficar la campana invertida $y = x^2e^{-x}$.

Problema 13. Analice monotonía y puntos singulares de la radical $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$.

Problema 14. Trace hallando inflexiones puras en la función $y = x + \cos x$ sobre $[0, 2\pi]$.

Problema 15. Calcule asíntota oblicua e inflexión nula para $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$.

Problema 16. Determine el análisis global de la asimétrica exponencial $g(x) = e^{1/x}$.

Problema 17. Resuelva el trazado de la combinación recíproca $f(w) = w + \frac{1}{w^2}$.

Problema 18. Encuentre los elementos críticos para esbozar el arcoíris $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$.

Problema 19. Pruebe la existencia de simetría impar y trace $y = x - \arctan x$.

Problema 20. Halle el análisis absoluto de logaritmo polinómico $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.

Bloque V: 20 Problemas de Aplicación Propuestos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. La energía cinética de una partícula confinada escapando de un acelerador magnético escala según la curva balística $K(v) = \frac{v^3}{v^2-4}$ tera-electrones. Detecte las asíntotas operativas y la energía de inflexión pura inicial.

Guía de Solución Interactiva

1. Division larga de cota oblicua: $\frac{v^3}{v^2-4} = v + \frac{\underline{\qquad}}{v^2-4}$. Asíntota Oblicua: $K =$ _____. 2. Asíntota de confinamiento letal (vertical): $v^2 - 4 = 0 \implies v = \pm$_____. 3. Derivando dos veces obtenemos raíz nula $v = 0$, donde la concavidad muta.

Problema 2. El tráfico de datos enrutado en un servidor maestro decae logarítmicamente su carga de estrés según $D(t) = \frac{\ln(t+1)}{t+1}$ gigabits. Verifique la disipación temporal asintótica cero y su cuello de botella máximo colapsado.

Guía de Solución Interactiva

1. Límite estabilizador a largo plazo (L'Hôpital): $\lim_{t\to\infty} \frac{\ln(t+1)}{t+1} =$ _____. AH en $y =$ _____. 2. Derivada uno: $D'(t) = \frac{\underline{\qquad} - \ln(t+1)}{(t+1)^2}$. 3. Igualando a cero, pico de estrés en $t + 1 = e \implies t =$ __________ milisegundos.

Problema 3. La pérdida espectral de una señal óptica de fibra de sílice cruza un pico de atenuación anómalo dictado por $L(x) = x^2e^{-2x}$ decibelios. Ubique el tope ciego analítico y la re-estabilización límite lejana fotónica.

Guía de Solución Interactiva

1. Límite horizontal fotónico (señal perdida infinita): $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{e^{2x}} =$ _____ dB. AH en eje coordenado. 2. Extremos de atenuación derivada: $L'(x) = 2xe^{-2x} -$ _____$x^2e^{-2x} = 2xe^{-2x}(1 - x)$. 3. Tope ciego en $x =$ _____ milímetros métricos, valle estático en $x =$ _____.

PROFE TEO

Las asíntotas en la física marcan las fronteras de la materia. Una asíntota vertical de presión indica la explosión inminente del contenedor.

Problemas Generales Contextualizados

Problema 4. La potencia minera computacional de una granja de hash algorítmico oscila en consumo térmico modelado por curva $P(x) = \frac{x^2-x-6}{x-3}$. Trace mentalmente y establezca la falsa asíntota (hueco) de hardware térmico.

Problema 5. El coeficiente aerodinámico frontal de un chasis hiperbólico expone resistencia arrastre fluido $C(v) = \frac{v^3}{v^2+1}$ newtons. Exija el cálculo de asíntota oblicua cortaviento limitante lineal superior asintótica teórica.

Problema 6. La densidad poblacional bacteriana mutante cruza la placa de agar asimilando espacio según expansión logística biológica radial $N(r) = \frac{r^2}{r^2-16}$. Evalúe el anillo de exclusión asintótico letal expansivo.

Problema 7. La deformación geológica por presión oceánica abisal sobre un bloque continental sumergido quiebra su elasticidad $P(h) = h^{4/3} - h^{1/3}$ megapascales. Determine la singularidad de retorno cóncava geológica profunda telúrica.

Problema 8. El confinamiento de probabilidad probabilística de un pozo cuántico de electrones se perfila por función hermítica reducida $W(z) = e^{-z^2/2}$. Encuentre la barrera asintótica nula lejana probabilística cuántica estacionaria.

Problema 9. La vida media isótopa de un blindaje radiactivo plomado se fatiga transmutando masa nuclear isotópica según curva temporal $M(t) = \frac{\ln(t^2)}{t^3}$. Identifique el decaimiento asintótico horizontal secular blindado total.

Problema 10. El potencial de falla tectónica por acumulación de energía de fricción cortical sismológica dibuja estrato tensorial rocoso en $F(x) = x\sqrt{x+4}$ megatones. Diagnose el extremo de origen ciego sísmico litosférico.

Problema 11. La intensidad térmica del haz láser perforante enfocado calibrado en zafiro decae concéntricamente irradiando placa por $I(r) = \frac{r}{r^2+4}$ lux métricos. Detecte las transiciones de concavidad fotónica extrema disipadora irradiada.

Problema 12. La celda fotovoltaica espacial absorbe viento solar alterando eficiencia por degradación microscópica de silicio curva $E(d) = d^2 e^{-d}$ voltios. Identifique la meseta de máxima absorción radiante neta estable panel.

Problema 13. La represa hidroeléctrica drena embalse vaciando volumen métrico turbulento regulado por ecuación diferencial asintótica purga $V(h) = h - \frac{1}{h}$ megatones. Precise las cotas asintóticas operativas de compuerta abierta caudalosa.

Problema 14. La esponja acústica sorda de cabina insonorizada anula decibelios resonantes armónicos mediante onda atenuante sorda $O(w) = w + \sin(2w)$. Encuentre estancamientos de atenuación valle cresta plana sorda espectral de frecuencia audible.

Problema 15. El fondo especulativo bursátil altera volatilidad de opción de compra marcando picos rentabilidad temporal $R(t) = t^{2/5}(t-7)$. Estime los descalabros de cúspide aguda financiera especulativa del mercado accionario de riesgo marginal.

Problema 16. El brazo robótico esférico quirúrgico articula sutura milimétrica calibrando eje inercial según arco paramétrico tensor $A(x) = \frac{x^2+2x-3}{x+1}$. Obtenga el eje guía oblicuo motriz asintótico cibernético preciso de calibración.

Problema 17. La fatiga de aleación de titanio espacial cristaliza bajo elongación por frío cósmico curva resistencia elástica límite tensión $S(k) = k^3 - 6k^2 + 9k$. Evalúe rangos de elasticidad creciente material aeronáutico puro estriado.

Problema 18. El transbordador ingresa órbita planetaria calculando velocidad de escape de gravedad asistida tangencial orbital asintótica $v(r) = \frac{1}{\sqrt{r^2-9}}$ mach. Precise escudo asintótico límite vertical gravitacional del campo planetario inercial estelar masivo.

Problema 19. La hélice eólica acopla revoluciones de viento racheado optimizando paso de pala de rotación curva inercial fluida $W(s) = \arcsin(s^2 - 1)$. Determine límites del dominio racheado operativo turbina de viento eficiente estacionario.

Problema 20. La asimilación celular fúngica mutante de enzima limitante prolifera población hongo colonia asintótica letal biología curva $M(c) = \frac{c}{\ln c}$ miligramos. Cuantifique la barrera biológica asintótica temporal biótica orgánica del sustrato.

Claves de Respuestas

Propuestos Matemáticos

1. Mín (2,-4), Máx (0,0). Infl (1,-2).
2. AV $x = 1$, AH $y = 2$. Decrece siempre.
3. AO $y = x + 1$. Infl nunca. $\cup(1, \infty)$.
4. Mín (3,-17). Infl (0,10), (2,-6). $\cup$ en bordes.
5. AH $y = 0$. Máx (1, 1/2), Mín (-1, -1/2).
6. AH $y = 0$ $(-\infty)$. Mín (-1, -1/e).
7. AO $y = x + 3$. AV $x = 2$.
8. Cúspide en (0,0) Mín. Máx en (1,-3).
9. AH $y = 1$. AV $x = \pm 2$. Máx (0, 1/4).
10. AV $\pm\pi/2$. Infl en el origen.
11. Dom $|x| > 1$. AV ± 1. Crece $(1, \infty)$.
12. AH $y = 0$ (∞). Mín (0,0), Máx $(2, 4/e^2)$.
13. Dom $(-\infty, -2] \cup [1, \infty)$. Sin críticos.
14. Infl $\pi/2, 3\pi/2$. Nunca decrece.
15. AO $y = x$. Infl (0,0) (corta asintota).
16. AH $y = 1$. AV $x = 0$. Mín y Máx no tiene.
17. AV $w = 0$. AO $w = w$. Mín en $\sqrt[3]{2}$.
18. Dom $[-2, 2]$. Par. Máx $(\sqrt{2}, 2)$.
19. Impar. Inflexión en origen. Crece todo.
20. AH $y = 0$. AV $x = 0$. Máx en $(e^{1/2}, \dots)$.

Propuestos de Aplicación

1. AO $v = v$. AV $v = \pm 2$.
2. AH $y = 0$. Pico en $t = e - 1$.
3. AH $y = 0$. Valle $x = 0$, Pico $x = 1$.
4. Falsa asíntota en $x = 3$ (límite es 5).
5. AO lineal es $C = v$.
6. AV (anillo de exclusión) $r = \pm 4$.
7. Singularidad cúspide Mínimo en $h = 0$.
8. AH en cero lejana probabilidad $W = 0$.
9. AH decae a masa límite cero.
10. Origen dominio ciego $x \geq -4$.
11. Inflexiones $\cup/\cap$ en rígidamente fijas por $I'' = 0$.
12. Meseta fotovoltaica máxima en $d = 2$.
13. AV compuerta $h = 0$. AO lineal en $V = h$.
14. Estancamientos en $w = \pm\pi/3 + n\pi$.
15. Cúspide aguda de Mín en $t = 0$, Máx en $t = 2$.
16. Eje guía cibernético (AO) $A = x + 1$.
17. Rango creciente $[0, 1] \cup [3, \infty)$.
18. AV escudo en radio absoluto $r = \pm 3$.
19. Dominio operativo acotado $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.
20. Barrera asintótica vertical metabólica $c = 1$.

¡El Trazo de tu Destino!

'La vida, al igual que el trazado de curvas, requiere sintetizar todo lo aprendido. Habrá fronteras asintóticas que te desafiarán, puntos críticos que pondrán a prueba tu resistencia y momentos de inflexión que cambiarán tu dirección. Usa tus derivadas personales, analiza tu dominio y traza tu camino hacia el infinito con confianza matemática.'

- La Síntesis Analítica Personal

¡Felicidades! Has dominado el arte absoluto del análisis gráfico.

$y = mx +$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com