CÁLCULO DE UNA VARIABLE

REGLA DE L'HÔPITAL

CUADERNO DE TRABAJO

Formas Indeterminadas $\frac{0}{0}$ e $\frac{\infty}{\infty}$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com

Teoría: El Rescate de las Indeterminaciones

Al evaluar límites, a menudo nos topamos con expresiones que no tienen sentido algebraico inmediato, como dividir cero entre cero o infinito entre infinito. La Regla de L'Hôpital nos salva la vida conectando el comportamiento de las funciones con el de sus derivadas.

Teorema: La Regla de L'Hôpital

Sean f y g funciones derivables en un intervalo abierto que contiene a c (excepto posiblemente en c), y supongamos que $g'(x) \neq 0$ en ese intervalo.
Si el límite $\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)}$ produce una forma indeterminada del tipo $\frac{0}{0}$ o $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$, entonces:

$$\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

siempre que el límite del lado derecho exista (o sea infinito).

PROFE TEO

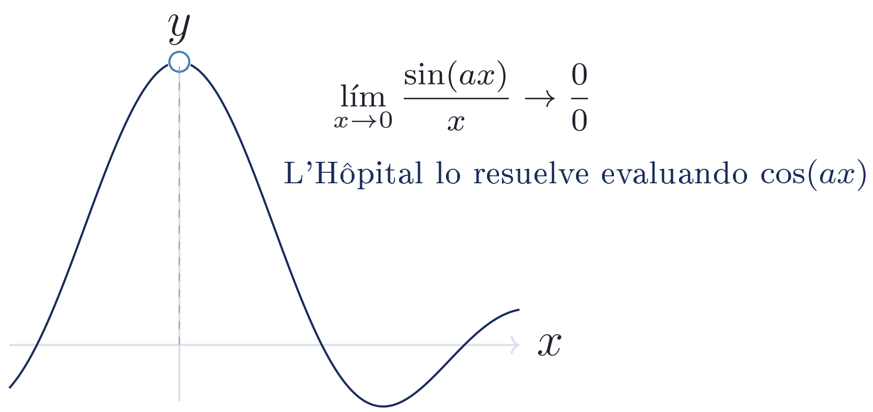
¡Atención! L'Hôpital NO es la regla del cociente de derivadas. Aquí derivas el numerador por su cuenta y el denominador por su cuenta. ¡No te confundas!

Condiciones y Casos Especiales

- **Verificación Obligatoria:** Antes de derivar, DEBES evaluar el límite. Si no da $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$, la regla arrojará un resultado falso.
- **Aplicación Múltiple:** Si tras aplicar la regla una vez, el nuevo límite $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ sigue siendo indeterminado, puedes aplicar L'Hôpital nuevamente (derivando por segunda vez), siempre y cuando verifiques la indeterminación en cada paso.
- **Límites al Infinito:** La regla funciona exactamente igual si $x \to \infty$ o $x \to -\infty$.

PROFE TEO

El error más mortal en un examen es aplicar L'Hôpital cuando el límite NO es indeterminado. Si evalúas y te da 5/0, eso es infinito, no L'Hôpital. Si te da 0/5, eso es cero. ¡Verifica primero!



Bloque I: 5 Problemas Matemáticos Resueltos

Problema Resuelto 1: Indeterminación Trigonométrica $0/0$

Enunciado: Evalúe $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$. **Solución:** Al evaluar en $x = 0$, obtenemos $\frac{1-\cos(0)}{0^2} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$. Forma indeterminada. Aplicamos L'Hôpital derivando numerador y denominador: $\lim_{x\to 0} \frac{\frac{d}{dx}(1-\cos x)}{\frac{d}{dx}(x^2)} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x}$. Si evaluamos nuevamente, da $\frac{0}{0}$. Aplicamos L'Hôpital por segunda vez: $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{\cos(0)}{2} = \frac{1}{2}$. **Respuesta:** El límite es $1/2$.

PROFE TEO

Las exponenciales siempre "le ganan.ª los polinomios cuando x tiende al infinito. L'Hôpital demuestra formalmente esta jerarquía de crecimiento.

Problema Resuelto 2: Lucha de Infinitos ∞/∞

Enunciado: Calcule $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{e^x}$. **Solución:** Al evaluar obtenemos $\frac{\infty}{\infty}$. Aplicamos L'Hôpital iterativamente: 1) $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2}{e^x} \to \frac{\infty}{\infty}$ 2) $\lim_{x\to\infty} \frac{6x}{e^x} \to \frac{\infty}{\infty}$ 3) $\lim_{x\to\infty} \frac{6}{e^x} = \frac{6}{\infty} = 0$. **Respuesta:** El límite es 0.

Problema Resuelto 3: Funciones Trascendentes

Enunciado: Determine $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1-x}{\cos x-1}$. **Solución:** Evaluamos: $\frac{e^0-1-0}{\cos 0-1} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$. Aplicamos L'Hôpital: $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{-\sin x}$. Evaluamos de nuevo: $\frac{0}{0}$. Aplicamos L'Hôpital una segunda vez: $\lim_{x\to 0} \frac{e^x}{-\cos x} = \frac{e^0}{-\cos 0} = \frac{1}{-1} = -1$. **Respuesta:** El límite es -1.

Problema Resuelto 4: L'Hôpital con Logaritmos

Enunciado: Resuelva $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\cot x}$. **Solución:** Evaluando: $\ln(0^+) \to -\infty$ y $\cot(0^+) \to \infty$. Forma $\frac{-\infty}{\infty}$. Aplicamos L'Hôpital: $\lim_{x\to 0^+} \frac{1/x}{-\csc^2 x}$. Esto parece peor, pero reescribimos algebraicamente antes de evaluar de nuevo: $= \lim_{x\to 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$. Evaluamos: $\frac{0}{0}$. L'Hôpital de nuevo: $\lim_{x\to 0^+} \frac{-2\sin x\cos x}{1} = \frac{0}{1} = 0$. **Respuesta:** El límite es 0.

PROFE TEO

¡Cuidado con los bucles infinitos! Si aplicas L'Hôpital a $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ hacia el infinito, alternarás la raíz del numerador al denominador sin parar. L'Hôpital no siempre es el mejor camino.

Problema Resuelto 5: Polinomio sobre Logaritmo

Enunciado: Evalúe $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^4+1)}{x}$. **Solución:** Evaluando: $\frac{\infty}{\infty}$. Aplicamos L'Hôpital: $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{4x^3}{x^4+1}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{4x^3}{x^4+1}$. Aún da $\frac{\infty}{\infty}$. Podríamos aplicar L'Hôpital tres veces más, pero es más elegante dividir por x^4: $\lim_{x\to\infty} \frac{4/x}{1+1/x^4} = \frac{0}{1+0} = 0$. **Respuesta:** El límite es 0.

Bloque II: 5 Aplicaciones Resueltas

Aplicación 1: Circuito Eléctrico RLC

Contexto: La corriente transitoria en un circuito al variar la resistencia hacia el límite crítico viene dada por $I(R) = \frac{e^{-Rt}-1}{R}$. Determine la corriente de saturación cuando la resistencia R tiende a 0 ohmios.
Solución: Límite $\lim_{R\to 0} \frac{e^{-Rt}-1}{R} \to \frac{0}{0}$. Derivamos respecto a la variable R (¡t es constante!): $\lim_{R\to 0} \frac{-te^{-Rt}}{1} = -te^0 = -t$. **Respuesta:** La corriente de saturación tiende a $-t$ amperios.

Aplicación 2: Crecimiento Poblacional Límite

Contexto: Un ecosistema asimila biomasa según el modelo $B(t) = \frac{5000t^2}{e^{0,1t}}$. Determine el límite máximo de biomasa soportable si el tiempo de evolución tiende a prolongarse indefinidamente hacia el infinito.
Solución: Límite $\lim_{t\to\infty} \frac{5000t^2}{e^{0,1t}} \to \frac{\infty}{\infty}$. L'Hôpital 1: $\lim_{t\to\infty} \frac{10000t}{0,1e^{0,1t}} \to \frac{\infty}{\infty}$. L'Hôpital 2: $\lim_{t\to\infty} \frac{10000}{0,01e^{0,1t}} = \frac{10000}{\infty} = 0$. **Respuesta:** A largo plazo, el ecosistema colapsa y la biomasa tiende a 0.

· · · · ▷
PROFE TEO
En física, cuando se estudian velocidades cercanas a la luz, a menudo los denominadores colapsan. L'Hôpital permite calcular la ."energía de reposo"sin divisiones por cero.

Aplicación 3: Cinemática y Amortiguamiento

Contexto: El desplazamiento de un amortiguador mecánico bajo impacto sísmico está modelado por $x(v) = \frac{\ln(1+v^2)}{v^2}$. Evalúe el micro-desplazamiento exacto en el momento en que la velocidad v de impacto tiende a anularse a cero.
Solución: $\lim_{v\to 0} \frac{\ln(1+v^2)}{v^2} \to \frac{0}{0}$. L'Hôpital: $\lim_{v\to 0} \frac{\frac{2v}{1+v^2}}{2v} = \lim_{v\to 0} \frac{2v}{2v(1+v^2)}$. Simplificando algebraicamente: $\lim_{v\to 0} \frac{1}{1+v^2} = \frac{1}{1+0} = 1$. **Respuesta:** El amortiguador se desplaza exactamente 1 milímetro.

Aplicación 4: Dilatación Relativista

Contexto: El factor de energía térmica de un gas a temperaturas sub-ceros se aproxima por $E(T) = \frac{\sin(kT)}{T}$ julios. Encuentre la energía remanente del estado basal cuántico cuando la temperatura T roza el cero absoluto.
Solución: $\lim_{T\to 0} \frac{\sin(kT)}{T} \to \frac{0}{0}$. Derivamos usando L'Hôpital respecto a la variable T: $\lim_{T\to 0} \frac{k\cos(kT)}{1} = k\cos(0) = k$. **Respuesta:** La energía en el cero absoluto es la constante k julios.

Aplicación 5: Reacción Química Reactiva

Contexto: La concentración de un ácido volátil en un reactor experimental se volatiliza siguiendo la curva $C(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$. Calcule la concentración residual precisa en el instante inicial $x \to 0$ del experimento analítico.
Solución: $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} \to \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$. Aplicamos L'Hôpital: $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}(-1)}{1} = \lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x}}{1}$. Evaluando: $\frac{e^0 + e^0}{1} = 1 + 1 = 2$. **Respuesta:** La concentración residual es exactamente 2 molar.

Bloque III: 10 Problemas de Reflexión

Responda conceptualmente argumentando su razonamiento lógico o analítico.

1. Un estudiante intenta aplicar la Regla de L'Hôpital al límite $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+1}{x}$. El estudiante deriva y obtiene $\frac{2x}{1} = 0$. Explique el gravísimo error conceptual cometido y calcule el límite correcto.

2. Analice el límite $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$. Al aplicar L'Hôpital obtendrá una fracción invertida similar. Argumente por qué L'Hôpital "falla.ªl entrar en un bucle infinito y cómo resolvería el límite algebraicamente.

3. Defienda matemáticamente la afirmación: "Toda función exponencial de base $a > 1$ crecerá eventualmente más rápido que cualquier función polinomial x^n de grado n cuando $x \to \infty$". ¿Cómo lo prueba L'Hôpital?

4. Discuta la equivalencia lógica. ¿Garantiza el Teorema de L'Hôpital que si $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ no existe por oscilación infinita (ej. $\sin(1/x)$), entonces $\lim \frac{f(x)}{g(x)}$ tampoco existe?

5. Si el límite original es del tipo $0 \cdot \infty$, no puede aplicarse la regla directamente. Formule el procedimiento analítico estandarizado para transformar este producto en un cociente elegible para L'Hôpital.

6. Evalúe el impacto de la regla de la cadena. Si aplica L'Hôpital a $\frac{f(x^2)}{g(x^2)}$ cuando $x \to 0$, demuestre por qué debe tener extremo cuidado al simplificar los términos multiplicativos $2x$ resultantes.

7. Considere que después de aplicar L'Hôpital cuatro veces consecutivas, el límite sigue siendo indeterminado $\frac{0}{0}$. Argumente si es matemáticamente lícito detenerse, o si la teoría autoriza derivaciones infinitas válidas.

8. Diferencie la Regla de L'Hôpital de la Regla del Cociente. Describa un escenario donde confundir la notación $\left(\frac{f}{g}\right)'$ con $\frac{f'}{g'}$ arruine por completo un análisis de máximos y mínimos.

9. La aproximación lineal de Taylor dicta que $\sin x \approx x$ para valores pequeños. Demuestre cómo el límite $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (comprobable por L'Hôpital) fundamenta toda esta teoría de linealización.

10. Elabore un contraejemplo riguroso donde el límite del denominador $g(x) \to 0$ pero el numerador $f(x) \to c \neq 0$. Detalle por qué L'Hôpital está estrictamente prohibido bajo el análisis de asíntotas verticales.

Bloque IV: 20 Problemas Propuestos Matemáticos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Evalúe $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$.

Guía de Solución Interactiva

1. Evaluamos directamente para comprobar la forma indeterminada:
$\frac{3^2-9}{3-3} = \frac{\underline{\qquad}}{\underline{\qquad}}$. ¡Procede L'Hôpital!

2. Derivamos numerador y denominador por separado:
Numerador: $\frac{d}{dx}(x^2-9) = \underline{\qquad\qquad}$.
Denominador: $\frac{d}{dx}(x-3) = \underline{\qquad}$.

3. Armamos el nuevo límite y evaluamos:
$\lim_{x\to 3} \frac{\underline{\qquad\qquad}}{\underline{\qquad}} = \underline{\qquad}$.

Problema 2. Calcule $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x}$.

Guía de Solución Interactiva

1. Determinamos la forma límite en el infinito:
$\frac{\ln(\infty)}{\infty} = \frac{\underline{\qquad}}{\underline{\qquad}}$. (Forma válida para L'Hôpital).

2. Derivamos las funciones trascendentes:
Derivada del logaritmo natural: $\underline{\qquad\qquad}$.
Derivada de la identidad: $\underline{\qquad}$.

3. Límite final estructurado:
$\lim_{x\to\infty} \frac{1/x}{1} = \frac{1}{\underline{\qquad}} = \underline{\qquad}$.

Problema 3. Halle $\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{\sin x - x}$.

Guía de Solución Interactiva

1. Comprobamos la forma 0/0 y aplicamos L'Hôpital (Paso 1):
$\lim_{x\to 0} \frac{3x^2}{\underline{\qquad\qquad}}$. Evaluamos y da 0/0.

2. Aplicamos L'Hôpital (Paso 2):
$\lim_{x\to 0} \frac{\underline{\qquad}}{-\sin x}$. Evaluamos y vuelve a dar 0/0.

3. Aplicamos L'Hôpital (Paso 3, final):
$\lim_{x\to 0} \frac{6}{\underline{\qquad\qquad}} = \frac{6}{\underline{\qquad}} = \underline{\qquad\qquad}$.

PROFE TEO

A veces simplificar algebraicamente DESPUÉS de aplicar L'Hôpital es vital. No apliques la regla a ciegas una y otra vez si primero puedes cancelar las x.

Problemas Generales

Problema 4. Evalúe $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4x+4}{x^3-8}$.

Problema 5. Determine el límite trascendente $\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{x}$.

Problema 6. Calcule la lucha de exponenciales $\lim_{x\to \infty} \frac{e^x}{x^2}$.

Problema 7. Halle $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(3x)}{2x^2}$.

Problema 8. Resuelva $\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1}$.

Problema 9. Evalúe rigurosamente $\lim_{x\to \infty} \frac{x^2}{\ln(x^2)}$.

Problema 10. Calcule $\lim_{x\to 0} \frac{x-\tan x}{x^3}$.

Problema 11. Determine $\lim_{x\to \infty} \frac{e^x+x^2}{e^x-x}$.

Problema 12. Obtenga el límite radical $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.

Problema 13. Halle $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

Problema 14. Evalúe la expresión trigonométrica inversa $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$.

Problema 15. Calcule $\lim_{x\to \pi/2} \frac{1-\sin x}{\cos x}$.

Problema 16. Determine $\lim_{x\to \infty} \frac{\ln(\ln x)}{x}$.

Problema 17. Resuelva el cociente iterativo $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}-2x}{x^3}$.

Problema 18. Evalúe la indeterminación mixta $\lim_{x\to \infty} \frac{x^n}{e^x}$, donde n es un entero positivo.

Problema 19. Halle $\lim_{x\to 1} \frac{x^x-x}{1-x+\ln x}$. (Requiere regla de la cadena meticulosa).

Problema 20. Demuestre que L'Hôpital entra en un bucle para $\lim_{x\to\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ y halle el límite algebraicamente.

Bloque V: 20 Problemas de Aplicación Propuestos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Aerodinámica. La fricción fluida de una sonda marciana roza el límite estructural expresado como $F(v) = \frac{\sin(v^2)}{v^2}$. Evalúe el factor de impacto nulo cuando la velocidad decae $v \to 0$.

Guía de Solución Interactiva

1. Evaluamos cota límite: $\frac{\sin(0)}{0} = \underline{\qquad}/\underline{\qquad}$. 2. Derivamos por regla cadena: $F'(v) = \frac{\underline{\qquad\qquad}\cos(v^2)}{\underline{\qquad}v}$. 3. Cancelamos $2v$ y evaluamos: $\lim_{v\to 0}\cos(v^2) = \underline{\qquad}$ factor neto de roce puro constante estructural.

Problema 2. Farmacocinética. La concentración de una toxina en sangre decae temporalmente como $C(t) = \frac{e^t - 1}{te^t}$. Determine la concentración endovenosa inicial precisa evaluando el instante biológico original $t \to 0$.

Guía de Solución Interactiva

1. Inspección inicial: $\frac{e^0-1}{0\cdot e^0} = \frac{0}{0}$. Aplica L'Hôpital. 2. Numerador: e^t. Denominador (producto): $1 \cdot e^t + t \cdot \underline{\qquad}$. 3. Límite final: $\lim_{t\to 0}\frac{e^t}{e^t + te^t} = \frac{1}{1+\underline{\qquad}} = \underline{\qquad}$ dosis miligramo plasmática cero temporal biológica.

Problema 3. Astrofísica. El colapso gravitacional de un enano blanco detiene su radio métrico según curvatura $R(m) = \frac{\ln(1+2m)}{m}$. Calcule el radio remanente estelar crítico si la masa gravitatoria roza la nulidad $m \to 0$.

Guía de Solución Interactiva

1. Masa nula arroja división prohibida: $\frac{\ln(1)}{0} \to \frac{0}{0}$. 2. Derivada logarítmica masa: $\frac{\frac{\underline{\qquad}}{1+2m}}{1}$. 3. Evaluación de L'Hôpital colapso: $\frac{2}{1+0} = \underline{\qquad}$ milésimas de año luz estelar límite condensación radio.

PROFE TEO

Recuerda que en las aplicaciones de ingeniería temporal $t \to \infty$, cualquier término dividido por el infinito matemático tiende asintóticamente a la nada (cero absoluto).

Problemas Generales Contextualizados

Problema 4. Criptografía. La entropía de cifrado de bits colapsa por fluctuaciones de algoritmo cuántico decodificador definido en $E(x) = \frac{x^2}{1-\cos x}$. Precise la vulnerabilidad extrema del servidor cuando el hash encriptado $x \to 0$.

Problema 5. Termodinámica. Una aleación superenfriada alcanza equilibrio asintótico siguiendo la ley radiactiva de enfriamiento absoluto $T(k) = \frac{k^3}{e^k}$. Determine temperatura remanente inerte si la constante de aislamiento k asciende indefinidamente al infinito.

Problema 6. Electromagnetismo. El amperaje transitorio de descarga dieléctrica en un capacitor de tantalio decae temporalmente graficando onda $I(t) = \frac{\tan(t)}{t}$. Mida la chispa inductiva teórica residual en el origen de desconexión placa.

Problema 7. Finanzas. El interés compuesto de capital riesgo muta oscilando inversión tasa asintótica bursátil continua modelada $R(x) = \frac{\ln(x)}{x-1}$. Valore retorno marginal cruzando el vértice de insolvencia especulativa uno corporativa.

Problema 8. Hidráulica. El flujo laminar purgado de una tubería de polímero acentúa caudal viscoso $Q(v) = \frac{e^v - v - 1}{v^2}$. Fije presión umbral hídrica extrema instante velocidad turbulencia nula fricción métrica neta.

Problema 9. Óptica. El índice de refracción variable cruzando fibra de vidrio impura polariza luz fotónica espectral $n(\lambda) = \frac{\sin(3\lambda)}{\sin(5\lambda)}$. Evalue distorsión luminosa óptica cuando longitud onda es absorbida nula prisma.

Problema 10. Biología Marina. La saturación de oxígeno asimilada por algas planctónicas satura ecosistema costero $O(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$. Extraiga el límite letal metabólico asfixiante asintótico originado caída concentración oxígeno hídrica biótica costera.

Problema 11. Geofísica. La onda sísmica profunda propaga choque telúrico disipando megatones vibratorios terrestres vectoriales $S(d) = \frac{\ln(d^2+1)}{d^2}$. Mida temblor remanente falla tectónica epicentro puntual coordenada distancia cero foco vibracional telúrico.

Problema 12. Robótica. El amortiguamiento armónico de un servomotor brazo cibernético frene inercia rotacional piñones modelado diferencial $A(w) = \frac{1-\cos(w)}{w^2}$. Evalúe rebote mecánico vibratorio acople piñón par motor cero estático rotacional.

Problema 13. Inteligencia Artificial. La tasa de aprendizaje algorítmica decrece red neuronal procesando clúster datos volumen masivo computacional $L(n) = \frac{n^2}{\ln(n^3)}$. Pronostique colapso convergencia aprendizaje máquina iteraciones procesamiento infinito clúster artificial.

Problema 14. Acústica. El decaimiento reverberación onda sonora eco vacío caja anecoica sorda amortigua decibelios espectrales $E(t) = \frac{e^{2t}-1}{t}$. Estime latencia de golpe de resonancia percusiva sorda inicial temporal milisegundo absoluto cero espectral.

Problema 15. Ingeniería Civil. La deflexión de viga puente colgante resiste fatiga tensión acero torcido por viento carga asintótica extrema $D(F) = \frac{\arcsin(F)}{F}$. Precise estrés estructural torsión límite fuerza nula aerodinámica pura metal.

Problema 16. Ingeniería Química. La catálisis enzimática orgánica disuelve polímero plástico en ácido reaccionando saturación molecular corrosiva $K(c) = \frac{e^c-1-c-c^2/2}{c^3}$. Determine el precipitado de cristalización residuo miligramo reactivo umbral originario nulo probeta pura.

Problema 17. Telecomunicaciones. El ancho de banda espectral de una señal portadora modulada digital degrada amplitud de pulso remoto $B(x) = x\sin(1/x)$. Calcule fidelidad de transmisión de enlace frecuencia distancia lejana infinidad parabólica.

Problema 18. Meteorología. El gradiente térmico adiabático de nube tormenta cúmulo estrato disipa calor latente condensación de masa vapor $G(p) = \frac{\ln(p)}{p^2}$. Analice frialdad residual presión atmosférica límite atmósfera superior infinidad troposfera estratosférica.

Problema 19. Mecánica Cuántica. La probabilidad de que un electrón salte barrera efecto túnel dieléctrico oscila amplitud de fase de confinamiento $P(E) = \frac{1-e^{-E}}{E}$. Evalúe conductividad semiconductor microchip nula de energía fotónica atómica.

Problema 20. Ingeniería de Materiales. La tensión elástica de rotura alambre nanotubo carbono cristalizado decae tensión por microfisura atómica de esfuerzo transversal elástico $T(s) = \frac{s-\sin(s)}{s^3}$. Mida falla fatiga molecular milimétrica esfuerzo nulo nanotubo.

Claves de Respuestas

Propuestos Matemáticos

1. Límite es 6.
2. Límite es 0.
3. Límite es -6. (Requiere L'Hôpital x3).
4. $0/12 = 0$. (No es L'Hôpital después de x=2).
5. Límite es 2.
6. Límite es ∞.
7. Límite es $9/4$.
8. Límite es 1.
9. Límite es ∞.
10. Límite es $-1/3$.
11. Límite es 1.
12. Límite es $1/4$.
13. Límite es 0.
14. Límite es 1.
15. Límite es 0.
16. Límite es 0.
17. Límite es $1/3$.
18. Límite es 0. (Se aplica L'Hôpital n veces).
19. Límite es -2. (Desarrollo avanzado).
20. Bucle por L'Hôpital. Solución: divide por e^x, límite 1.

Propuestos de Aplicación

1. Factor límite 1.
2. Concentración inicial de 1 mg.
3. Radio crítico 2 unidades.
4. Vulnerabilidad entropía límite 2.
5. Temperatura cae a 0 grados inerte.
6. Chispa inductiva pico límite 1 amperio.
7. Retorno marginal igual a 1 porcentual.
8. Presión estabilizada en $1/2$ atmósfera.
9. Refracción luminosa índice $3/5$.
10. Límite letal biótico nivel 2.
11. Oscilación telúrica de límite 1.
12. Amortiguamiento armónico acople nivel $1/2$.
13. Colapso convergencia clúster infinito nivel ∞.
14. Eco de rebote amortiguador absoluto 2 ms.
15. Estrés torsión aerodinámico límite 1.
16. Cristalización decantación reactivo factor $1/6$.
17. Transmisión fidelidad parabólica total límite 1.
18. Frialdad residual límite al infinito de 0.
19. Conductividad cuántica probabilística de factor 1.
20. Tensión fatiga fractura cristal límite $1/6$.

¡Superando lo Indeterminado!

'En matemáticas y en la vida, a veces nos encontramos con situaciones de bloqueos totales, muros donde parece que nuestra división choca con un cero o se pierde en el infinito. La Regla de L'Hôpital nos enseña una lección valiosa: si cambias la perspectiva y analizas cómo cambian las cosas (sus derivadas), lo que parecía imposible de resolver de repente encuentra su límite y su propósito.'

- La constante de la perseverancia analítica

¡Enhorabuena! Has conquistado las formas más rebeldes del cálculo diferencial.

$$\frac{\infty}{\infty}$$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com