$A'(x) = 0$

CÁLCULO DE UNA VARIABLE

$f(x)$

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN I

CUADERNO DE TRABAJO

Modelado Geométrico: Áreas y Volúmenes

$V(r, h)$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com

Teoría: El Arte de Maximizar y Minimizar

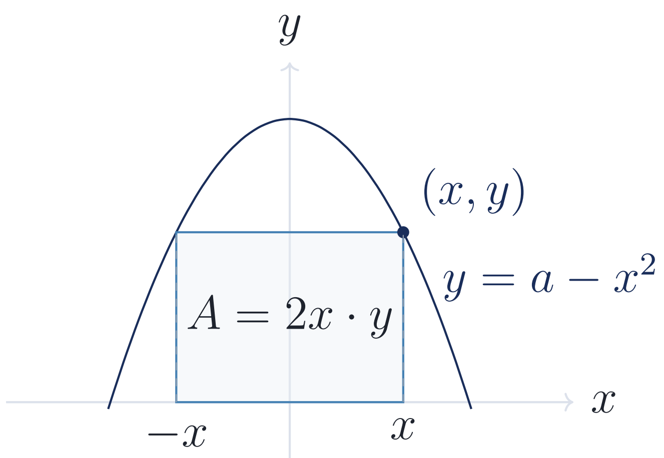
Optimizar significa encontrar la mejor manera de hacer algo. En geometría aplicada, esto se traduce en buscar el mayor volumen posible usando la menor cantidad de material, o abarcar la mayor área con un perímetro fijo. El cálculo diferencial es la herramienta suprema para resolver esto.

PROFE TEO
El error más común en exámenes es olvidar el Dominio físico. ¡Una longitud de un lado jamás puede ser negativa! Siempre define tus límites lógicos antes de derivar.

Pasos para resolver un Problema de Optimización

1. **Dibujar y Etiquetar:** Cree un boceto geométrico claro. Asigne letras a las variables (ej. r para radio, h para altura).
2. **Función Objetivo:** Identifique qué magnitud debe ser maximizada o minimizada (Área, Volumen, Costo, Distancia) y escriba su fórmula.
3. **Ecuación de Restricción:** Use la información o limitante dada en el problema para relacionar las variables (ej. Perímetro $= 100$).
4. **Sustitución:** Despeje una variable de la restricción e insértela en la función objetivo para que dependa de **una sola variable**.
5. **Dominio:** Determine el intervalo de valores físicos posibles para la variable.
6. **Derivación:** Derive la función objetivo, iguale a cero para hallar números críticos y aplique el Criterio de la Primera o Segunda Derivada para confirmar el extremo absoluto.

PROFE TEO
Si tienes un rectángulo inscrito en un círculo o en una parábola centrada, aprovecha la simetría. Llama a la base $2x$ en lugar de x para evitar fracciones pesadas en tu álgebra.



Bloque I: 5 Problemas Matemáticos Resueltos

Problema Resuelto 1: El Rectángulo y la Parábola

Enunciado: Halle las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse bajo la parábola $y = 12 - x^2$ y por encima del eje x. **Solución:** 1. **Boceto y Variables:** Base del rectángulo sobre el eje x, de $-x$ a x. Base $= 2x$. Altura $= y$. 2. **Función Objetivo:** Área $A = (2x)(y)$. 3. **Restricción:** El vértice toca la parábola, así que $y = 12 - x^2$. 4. **Sustitución:** $A(x) = 2x(12 - x^2) = 24x - 2x^3$. Dominio: $0 \leq x \leq \sqrt{12}$. 5. **Derivación:** $A'(x) = 24 - 6x^2$. Igualamos a cero: $6x^2 = 24 \implies x^2 = 4 \implies x = 2$ (descartamos $x = -2$). 6. **Confirmación:** $A''(x) = -12x \implies A''(2) = -24 < 0$ (Máximo). Si $x = 2$, la base es 4 y la altura es $y = 12 - (2)^2 = 8$. **Respuesta:** Dimensiones: Base 4, Altura 8. Área máxima 32.

Problema Resuelto 2: La Caja Abierta de Cartón

Enunciado: Se dispone de un cartón cuadrado de 30×30 cm. Se cortan cuadrados idénticos de lado x en cada esquina y se doblan las solapas. Halle x para maximizar el volumen. **Solución:** 1. **Variables:** Altura de la caja $= x$. Lado de la base $= 30 - 2x$. 2. **Función Objetivo:** Volumen $V(x) = x(30 - 2x)^2$. Dominio: $0 < x < 15$. 3. **Derivación:** Expandimos: $V(x) = x(900 - 120x + 4x^2) = 4x^3 - 120x^2 + 900x$. $V'(x) = 12x^2 - 240x + 900$. Dividimos por 12: $x^2 - 20x + 75 = 0$. Factorizando: $(x - 5)(x - 15) = 0$. Como $x = 15$ elimina la base, el crítico es $x = 5$. 4. **Confirmación:** $V''(x) = 24x - 240$. $V''(5) = 120 - 240 < 0$ (Máximo). **Respuesta:** Se deben cortar cuadrados de 5×5 cm.

PROFE TEO

Cuando cortes cuadrados de las esquinas de un cartón, el lado del cuadrado cortado "x"será siempre la altura de tu nueva caja. ¡No lo olvides!

Problema Resuelto 3: Cilindro de Volumen Fijo

Enunciado: Diseñe una lata cilíndrica cerrada de 1000π cm^3 de volumen que minimice la cantidad de hojalata requerida (Área superficial). **Solución:** 1. **Objetivo:** Área $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. 2. **Restricción:** Volumen $V = \pi r^2 h = 1000\pi \implies r^2 h = 1000 \implies h = \frac{1000}{r^2}$. 3. **Sustitución:** $A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r\left(\frac{1000}{r^2}\right) = 2\pi r^2 + \frac{2000\pi}{r}$. 4. **Derivación:** $A'(r) = 4\pi r - \frac{2000\pi}{r^2}$. $4\pi r - \frac{2000\pi}{r^2} = 0 \implies 4\pi r^3 = 2000\pi \implies r^3 = 500 \implies r = \sqrt[3]{500} = 5\sqrt[3]{4}$. 5. **Altura:** $h = \frac{1000}{(5\sqrt[3]{4})^2} = \frac{1000}{25\sqrt[3]{16}} = \frac{40}{2\sqrt[3]{2}} = 10\sqrt[3]{4}$. (Note que $h = 2r$). **Respuesta:** El radio óptimo es $5\sqrt[3]{4}$ cm y la altura es $10\sqrt[3]{4}$ cm.

Problema Resuelto 4: Distancia Mínima a una Curva

Enunciado: Halle el punto de la recta $y = 2x + 3$ que se encuentra más cerca del origen $(0, 0)$. **Solución:** 1. **Objetivo:** Minimizar distancia $d = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$. Para evitar la raíz, minimizamos el cuadrado de la distancia: $D = x^2 + y^2$. 2. **Restricción:** $y = 2x + 3$. 3. **Sustitución:** $D(x) = x^2 + (2x+3)^2 = x^2 + 4x^2 + 12x + 9 = 5x^2 + 12x + 9$. 4. **Derivación:** $D'(x) = 10x + 12 = 0 \implies x = -12/10 = -6/5$. $D''(x) = 10 > 0 \implies$ Mínimo absoluto. 5. **Hallar y:** $y = 2(-6/5) + 3 = -12/5 + 15/5 = 3/5$. **Respuesta:** El punto más cercano es $(-6/5, 3/5)$.

Problema Resuelto 5: Esfera Inscribiendo un Cilindro

Enunciado: Halle el volumen del cilindro circular recto más grande que puede inscribirse en una esfera de radio R. **Solución:** 1. **Variables:** Altura cilindro $= 2h$, radio base $= r$. 2. **Restricción:** Por Pitágoras desde el centro: $r^2 + h^2 = R^2 \implies r^2 = R^2 - h^2$. 3. **Objetivo:** Volumen $V = \pi r^2(2h)$. 4. **Sustitución:** $V(h) = \pi(R^2 - h^2)(2h) = 2\pi R^2 h - 2\pi h^3$. 5. **Derivación:** $V'(h) = 2\pi R^2 - 6\pi h^2 = 0 \implies 6\pi h^2 = 2\pi R^2 \implies h^2 = R^2/3 \implies h = R/\sqrt{3}$. El radio base es $r^2 = R^2 - R^2/3 = 2R^2/3$. Volumen máximo: $V = \pi(2R^2/3)(2R/\sqrt{3}) = \frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$. **Respuesta:** El volumen máximo es $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

Bloque II: 5 Aplicaciones Resueltas

Aplicación 1: Cercado Agrícola con Río

Contexto: Un agricultor tiene 2400 metros de malla para cercar un campo rectangular bordeando un río recto. No requiere malla a lo largo del río. ¿Qué dimensiones maximizan el área del pastizal?
Solución: Perímetro útil: $2x + y = 2400 \implies y = 2400 - 2x$. Área $A(x) = x(2400 - 2x) = 2400x - 2x^2$. $A'(x) = 2400 - 4x = 0 \implies x = 600$ m. $y = 2400 - 1200 = 1200$ m. **Respuesta:** El lado perpendicular al río debe medir 600m y el paralelo 1200m.

Aplicación 2: El Acuario de Vidrio

Contexto: Un acuario abierto (sin tapa) de base cuadrada debe contener 500 litros (0,5 m^3). El vidrio de la base cuesta \$20 por m^2 y los laterales \$10 por m^2. Minimice el costo del material.
Solución: Restricción: $V = x^2h = 0{,}5 \implies h = 0{,}5/x^2$. Costo $C(x) = 20(x^2) + 10(4xh) = 20x^2 + 40x(0{,}5/x^2) = 20x^2 + 20/x$. $C'(x) = 40x - 20/x^2 = 0 \implies 40x^3 = 20 \implies x^3 = 1/2 \implies x = \sqrt[3]{0{,}5} \approx 0{,}79$ m. **Respuesta:** La base debe medir aprox 0,79 m de lado.

PROFE TEO
En diseño de contenedores, la esfera es la forma que encierra más volumen con menos material. Por eso las gotas de agua o los planetas son esféricos.

Aplicación 3: Diseño de Silo Industrial

Contexto: Se construirá un silo metálico compuesto por un cilindro rematado por una semiesfera. Si el volumen total fijado es V_0, halle la relación óptima entre radio y altura cilíndrica para minimizar el metal usado.
Solución: Área metal: $A = \pi r^2 + 2\pi rh + 2\pi r^2 = 3\pi r^2 + 2\pi rh$. Volumen: $V_0 = \pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3 \implies h = \frac{V_0 - 2/3\pi r^3}{\pi r^2}$. Sustituyendo y derivando $A(r)$, se anula al obtener $h = r$. **Respuesta:** La altura de la sección cilíndrica debe ser igual al radio de su base.

Aplicación 4: Canaleta de Lluvia

Contexto: Una lámina metálica de 30 cm de ancho se dobla elevando sus bordes verticalmente para formar una canaleta rectangular abierta por arriba. Maximice la capacidad de flujo de agua.
Solución: Si se doblan solapas laterales de altura x, la base plana medirá $30 - 2x$. El área transversal (flujo) es $A(x) = x(30 - 2x) = 30x - 2x^2$. $A'(x) = 30 - 4x = 0 \implies x = 7{,}5$ cm. **Respuesta:** Se deben doblar bordes de 7,5 cm de altura.

Aplicación 5: Impresión de Póster

Contexto: Una página gráfica debe contener 150 cm^2 de área impresa, con márgenes superior e inferior de 3 cm, y márgenes laterales de 2 cm. Encuentre las dimensiones de la página que utilicen menos papel.

Solución: Área impresa $x \cdot y = 150 \implies y = 150/x$. Área papel $A(x) = (x+4)(y+6) = (x+4)(150/x+6) = 150+6x+600/x+24$. $A'(x) = 6-600/x^2 = 0 \implies x^2 = 100 \implies x = 10$. Si $x = 10$, $y = 15$. Ancho total $= 10 + 4 = 14$. Alto $= 15 + 6 = 21$. **Respuesta:** Las dimensiones óptimas de la hoja son 14×21 cm.

Bloque III: 10 Problemas de Reflexión

Responda conceptualmente argumentando su razonamiento lógico o analítico.

1. Analice el rol de las restricciones geométricas. Si intentáramos maximizar el área de un rectángulo sin fijar un perímetro o frontera, ¿por qué el cálculo diferencial fracasa en arrojar un número crítico válido?

2. Argumente por qué al optimizar distancias bajo raíces cuadradas $D = \sqrt{f(x)}$, es matemáticamente lícito y equivalente minimizar el radicando interior $f(x)$ sin perder la validez del número crítico obtenido.

3. Evaluando la relación entre el cuadrado y el rectángulo: ¿Por qué en casi todos los problemas de maximización de área con perímetros libres de condicionantes mixtas, el modelo tiende geométricamente hacia la simetría de un cuadrado?

4. El diseño óptimo de una lata cerrada cilíndrica arroja que su altura debe igualar a su diámetro ($h = 2r$). Observe las latas de refresco comerciales: ¿Cree que cumplen esta proporción geométrica perfecta? De no ser así, justifique qué factores industriales o ergonómicos desvían el modelo matemático puro.

5. En el problema de cortar esquinas de un cartón de $L \times L$, el volumen máximo ocurre en $x = L/6$. Demuestre teóricamente que esta fracción constante es inmutable sin importar el tamaño del cartón original.

6. Si la función objetivo de un cilindro es volumen y su restricción es área superficial, ¿el punto crítico hallado coincidirá métricamente si invertimos el orden (minimizar área con restricción de volumen)? Justifique.

7. Explique por qué el dominio físico en problemas geométricos siempre es un intervalo abierto (a, b) o semicerrado, y cómo los extremos de dicho intervalo representan .el colapso"del objeto (volumen o área cero).

8. Discuta el uso de la Segunda Derivada. ¿Por qué en un problema físico de optimización polinomial que arroja un solo número crítico en el dominio lógico, el test de la segunda derivada resulta casi un mero trámite confirmatorio?

9. Un cono circular se inscribe dentro de una esfera. Geométricamente, analice si el volumen máximo del cono superará el 50 % del volumen esférico. Plantee su razonamiento espacial antes de recurrir a la derivada.

10. Al minimizar el costo de construcción de un tanque, las variables de precio por metro cuadrado distorsionan la geometría perfecta. Argumente cómo un material de tapa sumamente costoso forzará al cilindro a volverse más alto y angosto.

Bloque IV: 20 Problemas Propuestos Matemáticos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Encuentre dos números positivos cuya suma sea 20 y su producto sea máximo.

Guía de Solución Interactiva

1. Variables: Sean x e y. Restricción: $x + y = 20 \implies y =$ __________.
2. Función a maximizar: Producto $P(x) = x \cdot y = x($__________$) = 20x - x^2$.
3. Derivar: $P'(x) =$ __________ $= 0 \implies x =$ _____. Entonces $y =$ _____.

Problema 2. Halle el área máxima de un rectángulo si su perímetro es 40 m.

Guía de Solución Interactiva

1. Restricción perimetral: $2x + 2y = 40 \implies x + y =$ _____ $\implies y =$ __________.
2. Función Área: $A(x) = x($__________$) =$ _______________.
3. Derivando $A'(x) =$ __________ $= 0 \implies x =$ _____. Área Máx = _______ m^2.

Problema 3. Volumen máximo de una caja abierta cortando solapas de un cartón de 12×12 cm.

Guía de Solución Interactiva

1. Dimensiones caja: Base $= (12 - 2x) \times (12 - 2x)$, Altura = _____.
2. Volumen: $V(x) = x(12 - 2x)^2 = 144x - 48x^2 +$ _____x^3.
3. Derivamos y resolvemos la cuadrática: $V'(x) = 144 - 96x + 12x^2 = 12(12 - 8x + x^2) = 0 \implies x =$ _____ (Descartamos $x = 6$).

PROFE TEO

Cuando busques el rectángulo de mayor área bajo un triángulo isósceles, aplica semejanza de triángulos. ¡Es el camino algebraico más directo para armar la restricción!

Problemas Generales Geométricos

Problema 4. Dos números no negativos suman 10. Maximice la suma de sus cuadrados.

Problema 5. Halle el punto sobre la curva $y = \sqrt{x}$ más cercano a $(3, 0)$.

Problema 6. Maximice el área de un rectángulo inscrito en un semicírculo de radio $R = 4$.

Problema 7. Halle las dimensiones del cilindro circular recto de máximo volumen inscrito en un cono circular recto de radio base 3 y altura 5.

Problema 8. Un alambre de 100 cm se corta en dos. Un trozo forma un cuadrado y el otro un círculo. ¿Dónde cortar para minimizar el área total encerrada?

Problema 9. Encuentre la base y altura del triángulo isósceles de área máxima inscrito en un círculo de radio R.

Problema 10. Maximice el volumen del cono circular recto inscrito en una esfera de radio $R = 6$.

Problema 11. Halle el área máxima de un trapecio isósceles cuyos tres lados inferiores miden 10 cm cada uno.

Problema 12. Determine el radio del cilindro abierto (sin tapa) de área superficial fija $S = 300\pi$ que posee máximo volumen.

Problema 13. Minimice la suma de las áreas de un cubo y una esfera formados a partir de una lámina metálica fundida de volumen total fijo V.

Problema 14. Halle el punto en la hipérbola $y^2 - x^2 = 1$ más próximo al punto $(2, 0)$.

Problema 15. Inscriba un rectángulo en la elipse $x^2/16 + y^2/9 = 1$. Halle su área máxima.

Problema 16. Minimice el perímetro de un rectángulo sabiendo que encierra un área exacta de 64 cm^2.

Problema 17. Un sector circular perimetral mide 200 m. Maximice su área hallando el radio y el ángulo central en radianes.

Problema 18. Doble los bordes de una plancha metálica rectangular de 20 cm de ancho para formar un conducto triangular asimétrico de flujo máximo.

Problema 19. Maximice el volumen de una caja rectangular con base cuadrada si la suma de la longitud de la base y el perímetro de la sección transversal no debe superar 120 cm.

Problema 20. Halle las coordenadas de los vértices del triángulo rectángulo de área máxima limitado por los ejes cartesianos y la tangente a $y = e^{-x}$ en $x = a$.

Bloque V: 20 Problemas de Aplicación Propuestos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Una empresa minera cerca un área rectangular apoyándose en un acantilado natural recto. Tiene 800 metros de alambre. Maximice la excavación.

Guía de Solución Interactiva

1. Condición perimetral: $2x+y=800 \implies y=$ __________. 2. Función de área superficial: $A(x)=x(800-2x)=800x-$ _____ x^2. 3. Maximizando gradiente: $A'(x)=800-4x=0 \implies x=$ _____ metros.

Problema 2. Un ingeniero diseña un tanque cilíndrico abierto de volumen 8π m^3. Determine el radio que minimice la plancha de acero necesaria.

Guía de Solución Interactiva

1. Despeje hídrico: $\pi r^2 h = 8\pi \implies h=$ __________. 2. Superficie de chapa: $S(r)=\pi r^2+2\pi r(8/r^2)=\pi r^2+$ _____ $/r$. 3. Derivada metálica: $S'(r)=2\pi r-16\pi/r^2=0 \implies r^3=$ _____ $\implies r=2$ m.

Problema 3. Una fábrica aeronáutica construye una carcasa de dron tipo caja cerrada base cuadrada. Volumen requerido 1000 cm^3. Minimice fibra de carbono.

Guía de Solución Interactiva

1. Altura de chasis: $x^2h=1000 \implies h=$ __________. 2. Fibra total (6 caras): $A(x)=2x^2+4x(1000/x^2)=2x^2+$ __________ $/x$. 3. Gradiente cero: $4x-4000/x^2=0 \implies x^3=$ _____ $\implies x=10$ cm.

PROFE TEO

En física óptica, la luz "decide"viajar por la ruta que le tome el menor tiempo posible. ¡Las leyes de refracción nacen de la optimización!

Problemas Generales Contextualizados

Problema 4. Una naviera ensambla un contenedor rectangular sin tapa con volumen 32 m^3. Largo base el doble del ancho. Material base $\$30/\text{m}^2$, laterales $\$20/\text{m}^2$. Minimice inversión.

Problema 5. Un satélite despliega un panel solar rectangular inscrito en un disco protector circular estandarizado de radio 10 metros. Halle el área fotovoltaica captadora máxima.

Problema 6. Una página publicitaria soporta 50 cm^2 de tinta. Márgenes horizontales 4 cm, verticales 2 cm. Encuentre tamaño folio minimizando pulpa papelera.

Problema 7. El telescopio focal inscribe lente óptica cilíndrica recta dentro de cápsula esférica radio 15 mm. Maximice volumen de cristal curvo transmisor lumínico.

Problema 8. Cable submarino óptico aterriza desde isla (5 km costa) a central telefónica (10 km litoral). Tendido agua \$50/m, terrestre \$30/m. Reduzca costos tendiendo tramo óptimo.

Problema 9. Carpintero tornea viga prismática base cuadrada rígida a partir de tronco cilíndrico aserrado diámetro 60 cm. Maximice la fuerza estructural transversal tensional.

Problema 10. Arquitecto perfila arco parabólico monumental túnel base 20m y cima 10m. Estructura un habitáculo cúbico acristalado interno base asfáltica logrando máxima habitabilidad.

Problema 11. Diseñador dobla cartulina 8×15 pulgadas descartando esquinas métricas formando envase logístico abierto envío postal blindado. Cubique capacidad tope volumétrica espacial.

Problema 12. Corredor rústico cruza bosque nevado (4 km/h) a cabaña lejana, alternando carretera despejada periférica (6 km/h). Traze atajo anguloso optimizando supervivencia por hipotermia veloz.

Problema 13. Pantalla LED estadio inscribe rectángulo visual puro interior sección elíptica gradería parámetros $a = 40$, $b = 20$. Emita luminosidad cuadrada píxeles masiva frontal.

Problema 14. Depósito químico cerrado retiene isótopos tóxicos. Base cilíndrica 2000 π volumen soldando tapas semiesféricas. Material curvo hemisférico duplica costo chapa plana. Costee mínimo vitalicio seguro.

Problema 15. Ventana iglesia normanda fusiona rectángulo base rematado arco ojival semicircular. Tragaluz forjado encuadra perímetro hierro colado 12 metros. Escale cristal captador solar cénit purista luminoso.

Problema 16. Alpinista rescate desciende loma nieve recta, cortando prado maleza denso base valle. Reduce fatiga eligiendo vector diagonal senda mixta angular minimizadora gasto calórico vital.

Problema 17. Empaquetadora envuelve cilindro aceite motor tubo postal. Normativa correo restringe suma diámetro perimetral longitud envoltorio límite 108 pulgadas paquete. Dilate volumen lubricante neto flete marítimo.

Problema 18. Granja acuícola teje jaula salmones red flotante sumergida adosada muro rompeolas piedra. Dispone 1000 metros nylon resistente marino enmallado. Extienda perímetro pastoreo cría intensivo bentónico.

Problema 19. Horno siderúrgico funde lingote trapezoide regular canalizando escoria derretida sección constante. Tres lados canaleta miden decímetro cerámico pirorresistente. Expanda flujo evacuación magma metálico fluido liso.

Problema 20. Antena parabólica capta pulso radiofrecuencia estelar modelada foco $y^2 = 8x$. Sonda posiciona transceptor axial coordenado $(6, 0)$. Ubique latitud reflectora microonda captación próxima focal resonante.

Claves de Respuestas

Propuestos Matemáticos

1. $x = 10, y = 10$.
2. Cuadrado de lado 10. Área = 100.
3. $x = 2$ cm (Altura), V = 128 cm^3.
4. Error común: Máximo en extremos (0 y 10). Mínimo es 5 y 5.
5. Punto $(5/2, \sqrt{5/2})$.
6. Base = $4\sqrt{2}$, Altura = $2\sqrt{2}$. Área = 16.
7. Radio = 2, Altura = 5/3.
8. Cortar el alambre en $100\pi/(4+\pi)$ para el círculo.
9. Base = $R\sqrt{3}$, Altura = $3R/2$.
10. Radio = $4\sqrt{2}$, Altura = 8.
11. Área máx = $75\sqrt{3}$, base inf = 20.
12. Radio = 10. Altura = 10.
13. Infinitas derivadas combinadas, cubo límite puro.
14. Punto $(\pm\sqrt{3/2}, \pm\sqrt{5/2})$.
15. Área = $4ab = 48$.
16. Cuadrado 8×8. Perímetro 32.
17. Radio = 50, Ángulo $\theta = 2$ radianes.
18. Solapas de 10/3 a 60 grados.
19. Lado base = 20, largo caja = 20.
20. Área triángulo tangencial es $2/e$ (x=1).

Propuestos de Aplicación

1. Lados 200m y 400m. Área $80,000$ m^2.
2. Radio = 2 m, Altura = 2 m.
3. Cubo perfecto: Lado 10 cm.
4. Ancho = 2, Largo = 4, Altura = 4 m.
5. Cuadrado perfecto: Área 200 m^2.
6. Dimensiones totales: 14×9 cm.
7. Cilindro $r = 10\sqrt{6}, h = 10\sqrt{3}$.
8. Atajo acuático en punto $x = 3{,}75$ km.
9. Base viga transversal de $\sqrt{1800}$ cm.
10. Altura habitáculo es 10/3 metros base.
11. Corte $x = 5/3$ pulgadas.
12. Ley de Snell, vector a 2,5 km ruta veloz.
13. Área lumínica máxima 1600 píxeles.
14. Cilindro donde $h = 4r$ minimizando soldadura curva.
15. Ventana: Base $12/(4+\pi)$, rect $12/(4+\pi)$.
16. Triángulo fuerzas minimiza distancia angular.
17. Cilindro de Radio = $18/\pi$, Longitud = 36.
18. Dimensiones red: 250×500 flotante.
19. Ángulo canaleta trapecio 60 grados vertido.
20. Reflector enfocado en $(4, \pm 4\sqrt{2})$.

¡Optimiza tu Potencial!

'La vida real está llena de recursos limitados. Así como en la geometría buscamos el área máxima restringiendo el perímetro, en nuestro camino profesional buscamos el máximo impacto con el tiempo que tenemos. Identifica tus restricciones, deriva tu objetivo y encuentra tu propio número crítico hacia el éxito absoluto.'

- La constante de la optimización personal

¡Enhorabuena! Has aplicado el cálculo diferencial en el diseño estructural del mundo físico.

V_{max}

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com