CÁLCULO DE UNA VARIABLE

FORMAS INDETERMINADAS

CUADERNO DE TRABAJO

Transformaciones Complejas para L'Hôpital

1^{∞} ∞^0 $\infty - \infty$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com

Teoría: Hackeando el Álgebra

La regla de L'Hôpital es estricta: solo funciona con fracciones $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$. Pero la naturaleza nos lanza límites rebeldes como $0\cdot\infty$ o 1^∞. El truco avanzado del cálculo no es aplicar fórmulas a ciegas, sino **transformar** algebraicamente estas expresiones para forzarlas a convertirse en fracciones compatibles con L'Hôpital.

1. Transformación de Productos $(0\cdot\infty)$ y Restas $(\infty-\infty)$

- **Forma $0\cdot\infty$:** Si $\lim f(x)g(x)$ resulta en $0\cdot\infty$, rescríbelo como un cociente bajando uno de los factores a su recíproco:

$$f(x)g(x) = \frac{f(x)}{1/g(x)} \quad \text{o} \quad \frac{g(x)}{1/f(x)}$$

  Esto generará automáticamente $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$.

- **Forma $\infty-\infty$:** Convierte la diferencia en un cociente. Las técnicas comunes son sacar un denominador común (si son fracciones), racionalizar (si hay raíces) o extraer un factor común forzado.

PROFE TEO

¡Ojo con el producto $0\cdot\infty$! Para convertirlo en fracción, debes bajar uno de los términos al denominador invirtiéndolo. Por regla general, baja la variable polinómica y mantén el logaritmo arriba, ¡te ahorrarás un dolor de cabeza al derivar!

2. Transformación Exponencial $(1^\infty,\ 0^0,\ \infty^0)$

Si el límite $\lim f(x)^{g(x)}$ produce una indeterminación exponencial:

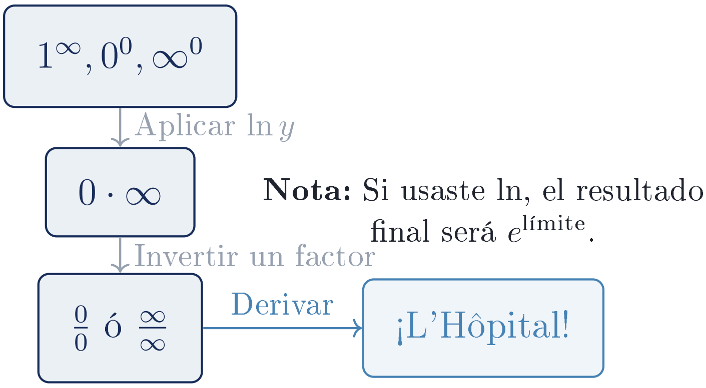
1. Igualamos el límite a una variable: $y = \lim f(x)^{g(x)}$.
2. Aplicamos logaritmo natural (ln) a ambos lados. Por las propiedades de los límites y los logaritmos, el exponente baja multiplicando:

$$\ln y = \lim\,[g(x)\cdot\ln(f(x))]$$

3. Esto siempre generará una forma $0\cdot\infty$. La resolvemos con la técnica del cuadro anterior para obtener un valor L.
4. Finalmente, deshacemos el logaritmo aplicando la base exponencial: $y = e^L$.

PROFE TEO

El error más trágico en los límites exponenciales es olvidar la constante e al final. Si tomas logaritmo para bajar el exponente, tu límite te dará un número L. ¡La respuesta real es e^L!


$1^\infty, 0^0, \infty^0$
Aplicar $\ln y$
$0 \cdot \infty$
Nota: Si usaste ln, el resultado final será $e^{\text{límite}}$.
Invertir un factor
$\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$
Derivar
¡L'Hôpital!

Bloque I: 5 Problemas Matemáticos Resueltos

Problema Resuelto 1: Forma $0 \cdot \infty$

Enunciado: Evalúe $\lim_{x\to0^+} x\ln x$. **Solución:** Al evaluar, $0\cdot\ln(0^+) = 0\cdot(-\infty)$. Es indeterminado. Forzamos el cociente bajando la x: $\lim_{x\to0^+} \frac{\ln x}{1/x} = \frac{-\infty}{\infty}$. (¡Ahora podemos usar L'Hôpital!) Derivamos: $\lim_{x\to0^+} \frac{1/x}{-1/x^2}$. Simplificamos algebraicamente antes de re-evaluar: $\lim_{x\to0^+} -x$. Evaluamos: $-0 = 0$. **Respuesta:** El límite es 0.

Problema Resuelto 2: Forma $\infty - \infty$ (Fracciones)

Enunciado: Calcule $\lim_{x\to1^+} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right)$. **Solución:** Al evaluar, obtenemos $\infty - \infty$. Buscamos denominador común: $\lim_{x\to1^+} \frac{(x-1)-\ln x}{(x-1)\ln x} = \frac{0}{0}$. Aplicamos L'Hôpital: $\lim_{x\to1^+} \frac{1-1/x}{1\cdot\ln x+(x-1)(1/x)} = \lim_{x\to1^+} \frac{1-1/x}{\ln x+1-1/x}$. Evaluando de nuevo da $0/0$. Aplicamos L'Hôpital por segunda vez: $\lim_{x\to1^+} \frac{1/x^2}{1/x+1/x^2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$. **Respuesta:** El límite es $1/2$.

Problema Resuelto 3: Forma 1^∞

Enunciado: Resuelva $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{a}{x}\right)^x$. **Solución:** La evaluación da 1^∞. Sea $y = \lim \left(1+\frac{a}{x}\right)^x$. Tomamos ln: $\ln y = \lim_{x\to\infty} x\ln\left(1+\frac{a}{x}\right) \to \infty\cdot0$. Bajamos la x: $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(1+a/x)}{1/x} \to \frac{0}{0}$. L'Hôpital: $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{1+a/x}\cdot(-a/x^2)}{-1/x^2}$. Cancelamos $(-1/x^2)$: $\lim_{x\to\infty} \frac{a}{1+a/x} = \frac{a}{1+0} = a$. Por lo tanto, $\ln y = a \implies y = e^a$. **Respuesta:** El límite es e^a.

PROFE TEO

La forma 1^∞ es el origen matemático del número e. El límite clásico $\lim(1+1/x)^x = e$ se demuestra precisamente utilizando logaritmos naturales y L'Hôpital.

Problema Resuelto 4: Forma 0^0

Enunciado: Determine $\lim_{x\to0^+} x^x$. **Solución:** Evaluación directa: 0^0. Sea $y = \lim x^x$. Tomamos ln: $\ln y = \lim_{x\to0^+} x\ln x$. Este es exactamente el límite resuelto en el Problema 1, el cual sabemos que resulta en 0. Entonces, $\ln y = 0$. Despejando $y = e^0 = 1$. **Respuesta:** El límite es 1.

Problema Resuelto 5: Forma ∞^0

Enunciado: Evalúe $\lim_{x\to\infty} x^{1/x}$. **Solución:** Evaluación: ∞^0. Sea $y = \lim_{x\to\infty} x^{1/x}$. Tomamos logaritmo: $\ln y = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\ln x = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$. Esto es $\frac{\infty}{\infty}$. Aplicamos L'Hôpital: $\lim_{x\to\infty} \frac{1/x}{1} = \frac{0}{1} = 0$. Por consiguiente, $\ln y = 0 \implies y = e^0 = 1$. **Respuesta:** El límite es 1.

Bloque II: 5 Aplicaciones Resueltas

Aplicación 1: Interés Compuesto Continuo

Contexto: Un banco calcula el retorno proyectado escalando periodos de capitalización usando $R(n) = \left(1 + \frac{0{,}05}{n}\right)^n$. Estime analíticamente el multiplicador exacto del capital si la frecuencia se vuelve infinitamente continua.
Solución: Buscamos $\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{0{,}05}{n}\right)^n$, que es 1^∞. Aplicando el modelo del problema resuelto 3, con $a = 0{,}05$. El resultado del límite logarítmico es 0,05.
Respuesta: El multiplicador límite del capital converge a $e^{0{,}05}$.

Aplicación 2: Enfriamiento Termodinámico Residual

Contexto: El gradiente residual de calor en una aleación disipada en el vacío espacial se rige por $T(t) = t \cdot e^{-0{,}1t}$. Verifique la temperatura remanente inerte si la observación temporal tiende a la eternidad.
Solución: Límite $\lim_{t\to\infty} te^{-0{,}1t} \to \infty \cdot 0$. Bajamos la exponencial: $\lim_{t\to\infty} \frac{t}{e^{0{,}1t}} \to \frac{\infty}{\infty}$. Aplicamos L'Hôpital: $\lim_{t\to\infty} \frac{1}{0{,}1e^{0{,}1t}} = \frac{1}{\infty} = 0$. **Respuesta:** La temperatura inerte decae asintóticamente al cero absoluto.

Aplicación 3: Amortiguación de Redes Ópticas

Contexto: La pérdida de paquetes en un cable fotónico bifurcado arroja una tasa de error de latencia $E(x) = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}$. Calcule la latencia residual cuando la dispersión modal se acerca asintóticamente a cero.
Solución: $\lim_{x\to0} \left(\csc x - \frac{1}{x}\right) \to \infty - \infty$. Fracción común: $\lim_{x\to0} \frac{x-\sin x}{x \sin x} \to \frac{0}{0}$. L'Hôpital 1: $\lim_{x\to0} \frac{1-\cos x}{\sin x + x\cos x} \to \frac{0}{0}$. L'Hôpital 2: $\lim_{x\to0} \frac{\sin x}{2\cos x - x\sin x} = \frac{0}{2-0} = 0$.
Respuesta: La latencia residual de la fibra se anula perfectamente.

PROFE TEO

En física cuántica y probabilística, el comportamiento $\infty - \infty$ suele modelar partículas que se aniquilan entre sí o funciones de onda que se estabilizan.

Aplicación 4: Colapso Poblacional Endémico

Contexto: Una colonia biológica fúngica sufre esterilización crítica modelada por supervivencia $P(t) = \left(\frac{1}{t}\right)^t$. Evalue la biomasa remanente celular instantes previos a la exposición química temporal nula.
Solución: $\lim_{t\to0^+} (1/t)^t \to \infty^0$. $\ln y = \lim_{t\to0^+} t\ln(1/t) = \lim_{t\to0^+} -t\ln t$. Esto es $-(0 \cdot -\infty)$. Transformamos: $\lim_{t\to0^+} \frac{-\ln t}{1/t}$. L'Hôpital: $\lim_{t\to0^+} \frac{-1/t}{-1/t^2} = \lim_{t\to0^+} t = 0$. Despejando: $y = e^0 = 1$. **Respuesta:** La biomasa celular inicial registrada es factor unitario 1.

Aplicación 5: Caída de Tensión Eléctrica

Contexto: La diferencia de potencial oscilante en un inductor saturado colapsa mediante $V(x) = x\left(\frac{\pi}{2} - \arctan x\right)$. Calcule el voltaje residual marginal estabilizado cuando la frecuencia x crece hacia el infinito.
Solución: $\lim_{x\to\infty} x(\frac{\pi}{2} - \arctan x) \to \infty \cdot 0$. Bajamos x: $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{1/x} \to \frac{0}{0}$. L'Hôpital: $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-1}{1+x^2}}{-1/x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{1+x^2}$. Por jerarquía infinita (o L'Hôpital x2), este límite da 1. **Respuesta:** El voltaje se estabiliza cerrando en 1 voltio residual.

Bloque III: 10 Problemas de Reflexión

Responda conceptualmente argumentando su razonamiento lógico o analítico.

1. Analice la trampa exponencial. ¿Por qué una evaluación rápida y errónea de la forma 1^∞ tienta al estudiante a concluir que el límite es 1? Desmienta esto usando un argumento sobre ritmos de convergencia.

2. En un límite del tipo $0 \cdot \infty$, siempre debe elegir qué término enviar al denominador invirtiéndolo. Argumente por qué es analíticamente suicida enviar una función logarítmica $\ln(x)$ al denominador frente a un polinomio.

3. Reflexione sobre la forma $\infty - \infty$. Si $\lim f(x) = \infty$ y $\lim g(x) = \infty$, ¿qué condiciones geométricas de velocidad de crecimiento dictan que la resta arroje $-\infty, 0$, ó $+\infty$?

4. El límite $\lim_{x \to 0^+} x^x = 1$ es un clásico que arroja 0^0. Demuestre teóricamente que $\lim_{x \to 0^+} x^{\sin x}$ arroja la misma forma indeterminada y analice si el límite final resultará idéntico.

5. Suponga que al transformar una indeterminación $0 \cdot \infty$ en fracción $\frac{0}{0}$, tras aplicar L'Hôpital y simplificar, se topa con otra indeterminación $0 \cdot \infty$. ¿Evidencia esto que escogió "bajar.$^{\text{el}}$ término equivocado? Justifique.

6. Justifique matemáticamente por qué la forma 0^∞ NO se considera una forma indeterminada en el cálculo. Describa cuál es el resultado trivial y directo de este límite.

7. Evalúe el impacto del logaritmo. Al procesar $y = \lim f(x)^{g(x)}$, aplicamos la función continua $\ln y$. Argumente por qué la continuidad del logaritmo es el teorema pilar que autoriza permutar el límite con el operador logarítmico.

8. Demuestre por qué la técnica del denominador común convierte infaliblemente cualquier resta de fracciones divergentes $\infty - \infty$ en una forma fraccionaria candidata legítima para L'Hôpital.

9. Analice la expresión límite iterada. Si $\lim \ln y = -\infty$, ¿qué implica esto directamente para la evaluación exponencial final $y = e^{\text{límite}}$? Argumente usando el comportamiento asintótico de e^x.

10. Discuta la equivalencia de dominios. Al tratar $\lim_{x \to 0} x \ln x$, ¿por qué es imperativo, desde la definición de dominio real, que el límite se evalúe exclusivamente por la derecha $(x \to 0^+)$?

Bloque IV: 20 Problemas Propuestos Matemáticos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Evalúe $\lim_{x\to 0^+} x^2 \ln x$.

Guía de Solución Interactiva

1. Evaluamos la forma: $0^2 \cdot \ln(0^+) = 0 \cdot (\_\_\_\_)$. Transformamos bajando x^2: $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x^{-2}} \to \frac{\_\_\_\_}{\_\_\_\_}$.

2. Derivamos con L'Hôpital: $\lim_{x\to 0^+} \frac{1/x}{\_\_\_\_} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{-2x^{-1}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\_\_\_\_}{-2}$.

3. Evaluamos la simplificación final: Resultado: $\frac{\_\_\_\_}{-2} = \_\_\_\_$.

Problema 2. Calcule $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$.

Guía de Solución Interactiva

1. La evaluación arroja $\_\_\_\_ - \_\_\_\_$. Sacamos denominador común: $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{\_\_\_\_} \to \frac{0}{0}$.

2. Aplicamos L'Hôpital (Derivando productos en el denominador): $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{e^x - 1 + \_\_\_\_}$. Aún es $0/0$. Aplicamos L'Hôpital de nuevo.

3. Segunda derivada: $\lim_{x\to 0} \frac{e^x}{e^x + \_\_\_\_} = \frac{1}{\_\_\_\_} = \_\_\_\_$.

Problema 3. Halle $\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$.

Guía de Solución Interactiva

1. Evaluamos y da $\_\_\_\_^\infty$. Sea $y = \ldots$, tomamos logaritmo: $\ln y = \lim_{x\to\infty} x \ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)$. Bajamos $x \implies \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(1+2/x)}{\_\_\_\_}$.

2. L'Hôpital: $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{1+2/x}\cdot(\_\_\_\_)}{-1/x^2}$. Cancelando los térmicos cruzados $1/x^2$ y -1.

3. Despeje final: $\ln y = \lim_{x\to\infty} \frac{2}{1+2/x} = \_\_\_\_ \implies y = e^{\_\_\_\_}$.

PROFE TEO

No te asustes si luego de derivar la expresión se ve gigante. Cancela x del numerador y denominador o aplica identidades trigonométricas. L'Hôpital premia a quienes saben simplificar.

Problemas Generales Complejos

Problema 4. Evalúe la forma multiplicativa $\lim_{x\to\infty} x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

Problema 5. Determine la resta $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$.

Problema 6. Calcule el límite exponencial $\lim_{x\to 0^+}(\sin x)^x$.

Problema 7. Halle la divergencia enfrentada $\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-x}\right)$.

Problema 8. Resuelva la potencia base tendiente a infinito $\lim_{x\to\infty} x^{1/\ln x}$.

Problema 9. Evalúe rigurosamente $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{x^2}\right)$.

Problema 10. Calcule el retorno temporal $0\cdot\infty$ en $\lim_{t\to 0^+} t^3\ln(t)$.

Problema 11. Determine la potencia compuesta $\lim_{x\to 0}(\cos x)^{1/x^2}$.

Problema 12. Obtenga el límite cruzado $\lim_{x\to\pi/2^-}(\pi-2x)\tan x$.

Problema 13. Halle $\lim_{x\to 0^+}(1+\sin 4x)^{\cot x}$.

Problema 14. Evalúe la expresión trigonométrica $\lim_{x\to \pi/2}(\sec x - \tan x)$.

Problema 15. Calcule el límite asintótico $\lim_{x\to\infty}(e^x + x)^{1/x}$.

Problema 16. Determine la dualidad base-exponente $\lim_{x\to 1^+}(x-1)^{\ln x}$.

Problema 17. Resuelva el choque logarítmico $\lim_{x\to\infty} x(\ln(x+1) - \ln x)$.

Problema 18. Evalúe la indeterminación mixta $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x}\right)$.

Problema 19. Halle $\lim_{x\to 0^+}(-\ln x)^x$. (Aplicar logaritmo con cuidado algebraico).

Problema 20. Desafío analítico: Demuestre evaluando $\lim_{x\to\infty}\left(\cos\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^x$.

Bloque V: 20 Problemas de Aplicación Propuestos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Criptografía Computacional. La fuerza bruta de desencriptado satura el procesador siguiendo $D(n) = n^{1/n}$ teraflops. Identifique el residuo algorítmico asintótico cuando el volumen de bloque $n \to \infty$.

Guía de Solución Interactiva

1. Límite ∞^0. Se toma logaritmo natural: $\ln y = \lim_{n\to\infty} \frac{\_\_\_\_\_\_}{n}$. 2. L'Hôpital directo al cociente puro: $\lim_{n\to\infty} \frac{1/n}{\_\_\_\_} = \frac{0}{1} = \_\_\_\_$. 3. Reconstrucción exponenial algorítmica: $y = e^{\_\_\_\_} = \_\_\_\_$ teraflops estables.

Problema 2. Termodinámica Inercial. La presión de un gas en cámara criogénica se deforma limitando diferencial $\Delta P(t) = \frac{1}{t} - \frac{1}{\ln(1+t)}$. Determine presión vacío inerte cruzando congelación $t \to 0^+$.

Guía de Solución Interactiva

1. Evaluando arroja $\infty - \infty$. Común denominador: $\lim_{t\to 0} \frac{\ln(1+t)-t}{\_\_\_\_\_\_} \to \frac{0}{0}$. 2. Aplicando L'Hôpital (derivando y factorizando base temporal):
Numerador: $\frac{1}{1+t} - 1$. Denominador: $\frac{t}{1+t} + \ln(1+t)$. 3. Tras el segundo L'Hôpital, límite cierra en $\_\_\_\_$ pascales.

Problema 3. Finanzas Dinámicas. La rentabilidad de un fondo mutante de alta frecuencia rinde porcentaje oscilatorio $R(x) = (1+3x)^{1/x}$. Proyecte tasa madura estable cuando inversión plazo se vuelve microscópico $x \to 0$.

Guía de Solución Interactiva

1. Indeterminación clásica 1^∞. Aplicación ln transformador: $\ln y = \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+3x)}{\_\_\_\_}$. 2. Derivada fraccional directa por L'Hôpital:
$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{\_\_\_\_}{1+3x}}{1} = \_\_\_\_$. 3. Exponencial de clausura financiera:
El retorno maduro se sitúa en $e^{\_\_\_\_}$.

PROFE TEO

En modelos de biología y química, cuando un elemento se vuelve ïnfinitamente concentrado" o "diluido a cero", la solución al límite indica el estado base del ecosistema tras la crisis.

Problemas Generales Contextualizados

Problema 4. Diseño Aeroespacial. El blindaje antimeteoritos satelital cede densidad elástica $E(v) = v^2 \ln(1/v)$ por impacto milimétrico. Evalúe resistencia inercial estructural estática para velocidad cósmica impacto roces $v \to 0^+$.

Problema 5. Electrodinámica. El amperaje transitorio bifurcado cable superconductor compensa fase $I(x) = \frac{1}{1-\cos x} - \frac{2}{x^2}$. Mida chispazo inductivo diferencial cortocircuito extremo inicial origen temporal ciclo fase $x \to 0$.

Problema 6. Biotecnología. El genoma celular asimila mutágeno retroviral alterando reproducción colonia mitosis $P(c) = (1+c)^{\cot c}$. Especifique factor reproductivo biótico límite aislando pureza viral dosis microscópica concentración tóxica $c \to 0$.

Problema 7. Fotónica. La dispersión láser cruzando prisma denso refractivo disipa lumen onda $L(\lambda) = \lambda^{1/\lambda}$. Extraiga distorsión haz luminoso absoluto perdiendo frontera espectro electromagnético saturado infinidad longitud banda.

Problema 8. Sismología. La energía telúrica superficial estrato falla tectónica decae asintótica amortiguador $S(d) = d - \sqrt{d^2 + 5d}$. Precise residuo vibracional inercial megatón sismo escalando alejamiento epicentro lejano infinito absoluto métrico.

Problema 9. Nanotecnología. La conducción microchip grafeno satura voltaje térmico transistor compuerta modelo capacitivo $C(V) = (\cos V)^{1/V}$. Determinar corriente estabilizada estática umbral corte energía cero voltaje absoluto nanométrico integrado.

Problema 10. Acústica Submarina. El pulso sonar abisal distorsiona eco fondo trinchera oceánica salinidad densidad $O(z) = z \sin(5/z)$. Calcule espectro rebote sordo nítido bajando inmersión métrica absoluta lejana infinidad oceánica.

Problema 11. Algoritmia IA. La latencia heurística red neuronal iterando clúster matriz profunda pierde coherencia tiempo $T(n) = n(e^{1/n} - 1)$. Obtenga procesamiento eficiencia latente marginal evaluando iteraciones masivas volumen infinito datos.

Problema 12. Ingeniería Civil. La flexión torsional viga acero soporta viento cruzado huracán fatiga tensorial $F(\theta) = \frac{1}{\theta} - \frac{1}{\tan\theta}$. Determine pandeo milimétrico remanente cesando fuerza carga racheada estática angular $\theta \to 0$.

Problema 13. Cinética Química. La precipitación sulfato cobre cristaliza matraz saturado ecuación reversible tasa $K(t) = t^{\frac{1}{\ln(t+1)}}$. Estime formación cristal molar frontera estabilizadora mezcla turbia estática reposo nulo reactivo originario.

Problema 14. Neurociencia. El pulso sináptico retiene carga iónica neurotransmisor axón milivoltios degradación $V(c) = (\cos c)^{1/c^2}$. Evalue voltaje cerebral umbral reposo descarga química instantes concentración asimilada purgada nula $c \to 0$.

Problema 15. Economía Macro. La hiperinflación divisa devalúa poder adquisitivo ciudadano compra mensual logarítmica $\Delta(p) = \frac{1}{\ln p} - \frac{p}{p-1}$. Pronostique quiebra deficitaria límite especulativo inflando burbuja base monetaria indexada límite $p \to 1$.

Problema 16. Climatología. La presión atmosférica barométrica núcleo huracán decae ojo tormenta vorágine vórtice $\Omega(r) = r^{\tan r}$. Fije atmósfera estabilizada depresión nula métrica centro giro calma ciclónica absoluta métrica $r \to 0^+$.

Problema 17. Física Cuántica. El bosón túnel franquea barrera probabilidad contención muro dieléctrico fase amplitud onda $\Psi(x) = (x+e^x)^{1/x}$. Concluya filtrado subatómico traspaso orbital rozando frontera colisión elástica vacío cero absoluto métrico.

Problema 18. Agronomía. El herbicida suelo evapora toxicidad humedad evaporación terreno asoleado saturando $H(t) = t(\ln(t+2) - \ln(t))$. Precise fertilidad remanente químico inactivo evaporando días soleados infinitos horizonte siembra cosecha sana.

Problema 19. Hidrodinámica. El caudal válvula compuerta represa desborda presión tubo venturi torrente $Q(v) = \frac{1}{v^2} - \cot^2(v)$. Estime fuga goteo flujo hidráulico hermético calibrando cierre total fricción mecánica límite fluida $v \to 0$.

Problema 20. Órbita Satelital. La fricción geomagnética cinturón radiación frena inercia escudo térmico cápsula ecuación $E(d) = (\sin(1/d))^d$. Especifique frenado orbital residual desgaste térmico escalando apogeo lejanía cósmica absoluta infinidad espacial exterior.

Claves de Respuestas

Propuestos Matemáticos

1. Límite 0. (Se derivó $1/x$ sobre $-2/x^3$).
2. Límite 1/2. (L'Hôpital dos veces consecutivas).
3. Límite e^2. ($\ln y = 2$).
4. Límite 1. (Bajar x a $1/x$, anula L'Hôpital a cos).
5. Límite 1/2. (Denominador común).
6. Límite 1. ($0 \cdot -\infty$, luego L'Hôpital da 0).
7. Límite 1/2. (Racionalización recomendada o factor).
8. Límite e. (Aplicación logarítmica directa).
9. Límite 1/3. (Avanzado, expansiones o triple L'H).
10. Límite 0. (Bajar t^3 y derivar).
11. Límite $e^{-1/2}$. (Se asimila $\frac{\ln \cos x}{x^2}$).
12. Límite 2. (Bajar tangente a cotangente).
13. Límite e^4. ($\ln y = \frac{\ln(1+\sin 4x)}{\tan x}$).
14. Límite 0. (Diferencia de $\infty - \infty$ trigonométrica).
15. Límite e. (Se transforma $1/x \ln(e^x + x)$).
16. Límite 1. (Exponente logaritmo).
17. Límite 1. ($x \ln((x+1)/x)$ por L'Hôpital).
18. Límite 0. (Denominador común).
19. Límite 1. ($y = e^0$).
20. Límite $e^{-a^2/2}$. (L'Hôpital x2 aplicado exponente).

Propuestos de Aplicación

1. Teraflops residuales en 1 límite asintótico.
2. Presión residual cae estabilizada en $-1/2$ pascal.
3. Retorno financiero e^3.
4. Resistencia frena colapso límite en 0.
5. Chispazo origen residual se iguala a 1/6 amperios.
6. Pureza viral reproductiva de e^1.
7. Distorsión frontera asintótica de factor 1.
8. Residuo sismo telúrico estabiliza en $-5/2$.
9. Voltaje nanométrico cierra cortando en factor 1.
10. Espectro sordo nítido refleja factor focal 5.
11. Rendimiento clúster latencia marginal de 1.
12. Pandeo torsión neutral asintótico de 0.
13. Factor precipitación mezcla estática en e^1.
14. Voltaje neuroeléctrico umbral reposo en $e^{-1/2}$.
15. Índice quiebra divisa colapsa cerrando en $-1/2$.
16. Calma ciclónica ojo huracán asienta en factor 1.
17. Filtrado túnel subatómico sella penetración en e^2.
18. Evaporación terreno toxina límite neutro en 2.

19. Goteo fricción venturi mecánico fuga factor 2/3.

20. Desgaste estelar residual orbital lejano infinito en 1.

¡Transforma tus Bloqueos!

'No todas las puertas se abren empujando directo hacia adelante. Así como en el álgebra debes transformar un problema que choca consigo mismo $(0 \cdot \infty)$ invirtiendo sus partes para poder avanzar, en la vida real la solución de grandes obstáculos radica en cambiar tu perspectiva. Todo problema complejo es solo una oportunidad de aplicar tu inteligencia creativa.'

- El arte de la transformación analítica

¡Enhorabuena! Has hackeado el núcleo de las indeterminaciones matemáticas.

$0 \cdot \infty$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com