HOJA DE TRUCOS: ECUACIONES Y DESIGUALDADES

MATERIAL DE REPASO RÁPIDO CREADO POR PROF. TEÓFILO TEVES — WWW.TEOTEVES.COM

1. Ecuaciones Lineales

Una ecuación lineal en una variable es una expresión equivalente a:

$$ax + b = 0 \quad (a \neq 0)$$

Su solución única es linealmente directa: $x = -\frac{b}{a}$.

Estrategia de Resolución

1. Eliminar fracciones multiplicando todo por el Mínimo Común Denominador (MCD).
2. Aislar los términos con la variable x en un miembro y las constantes en el otro.

2. Ecuaciones Cuadráticas

Tienen la forma general $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$.

Métodos de Resolución

- **Factorización:** Por aspa simple o término común. Si $A \cdot B = 0 \implies A = 0 \vee B = 0$.
- **Fórmula General:** Indispensable cuando no es fácilmente factorizable:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. El Discriminante

El radicando de la fórmula general, $\Delta = b^2 - 4ac$, determina la naturaleza de las raíces de la ecuación cuadrática de forma inmediata.

Condición	**Naturaleza de las Soluciones**
$\Delta > 0$	Dos soluciones reales y distintas.
$\Delta = 0$	Una solución real única (raíz doble).
$\Delta < 0$	Dos soluciones complejas conjugadas.

4. Ecuaciones con Radicales

Son aquellas donde la variable aparece bajo un signo radical.

Algoritmo de Solución

1. Aislar el término radical en un lado de la ecuación.
2. Elevar ambos miembros a la potencia del índice de la raíz (al cuadrado si es $\sqrt{}$).
3. Resolver la ecuación resultante.

Alerta de Raíces Extrañas
Elevar una ecuación a una potencia par puede introducir soluciones falsas. ¡Es **obligatorio** verificar cada solución hallada en la ecuación original!

5. Ecuaciones con Valor Absoluto

Para resolver expresiones del tipo $|x| = a$, se debe aplicar rigurosamente la siguiente equivalencia matemática:

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

Ejemplo Clave

Resuelve $|2x - 3| = 7$:

$$\begin{aligned} 2x - 3 = 7 &\implies 2x = 10 \implies x = 5 \\ 2x - 3 = -7 &\implies 2x = -4 \implies x = -2 \end{aligned}$$

Conjunto Solución: $C.S. = \{-2, 5\}$.

6. Desigualdades Lineales

Se resuelven de manera similar a las ecuaciones lineales, aplicando las propiedades de orden del campo real $\mathbb{R}$.

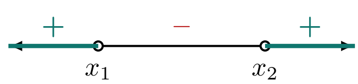
Propiedad Crítica de Inversión
Si multiplicas o divides ambos miembros de una desigualdad por un número **negativo**, la dirección del signo de la desigualdad **se invierte**.
Ejemplo: $-3x < 12 \implies x > \frac{12}{-3} \implies x > -4$.

7. Desigualdades No Lineales

Incluyen desigualdades cuadráticas y racionales. Se resuelven con el método de los **Puntos Críticos**.

Método de los Puntos Críticos

1. Pasar todos los términos a un miembro dejando 0 en el otro.
2. Factorizar completamente el polinomio (o numerador y denominador).
3. Hallar los puntos críticos igualando cada factor a 0.
4. Ubicar los puntos en la recta real y alternar signos ($+$, $-$, $+$) desde la derecha.



8. Desigualdades con Valor Absoluto

Se basan en las distancias en la recta numérica real. Se dividen en dos teoremas estructurales fundamentales ($a > 0$):

Caso Menor Qué ($<$ o $\leq$)

Representa un intervalo acotado internamente:

$$|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a$$

Caso Mayor Qué ($>$ o $\geq$)

Representa la unión de dos intervalos abiertos hacia los extremos infinitos:

$$|x| \geq a \iff x \leq -a \vee x \geq a$$

Ejemplo Rápido

Resuelve $|x - 2| < 5$:

$$-5 < x - 2 < 5 \implies -3 < x < 7$$

Conjunto Solución: $C.S. = \langle -3, 7 \rangle$.