CÁLCULO DE UNA VARIABLE

DERIVACIÓN LOGARÍTMICA

CUADERNO DE TRABAJO

Técnica para $f(x)^{g(x)}$ y productos complejos

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com

Teoría: El Poder Simplificador del Logaritmo

En el análisis matemático puro, nos topamos con monstruos algebraicos que las reglas del producto y cociente no pueden vencer fácilmente, o peor aún, funciones donde la base y el exponente son variables, como $y = x^x$.

La Derivación Logarítmica es una técnica que aprovecha las propiedades de los logaritmos naturales (ln) para convertir potencias en multiplicaciones, y multiplicaciones/divisiones en sumas y restas, facilitando inmensamente la derivación.

PROFE TEO

¡Regla de oro! Si ves un exponente numérico, usas la regla de la potencia (x^n). Si ves una base numérica, usas la exponencial (a^x). Pero si AMBOS son variables (x^x), ¡ninguna de esas reglas funciona! Usa Derivación Logarítmica.

Pasos de la Derivación Logarítmica

Para derivar una función compleja $y = f(x)$, siga este protocolo estricto:

1. **Aplicar el Logaritmo:** Tome logaritmo natural (ln) a ambos lados de la ecuación: $\ln(y) = \ln(f(x))$.
2. **Expandir:** Use las leyes de los logaritmos para simplificar el lado derecho:

   $$\ln(A \cdot B) = \ln A + \ln B \quad ; \quad \ln(A/B) = \ln A - \ln B \quad ; \quad \ln(A^B) = B \ln A$$

3. **Derivar Implícitamente:** Derive ambos lados con respecto a x. Recuerde que la derivada de $\ln(y)$ es $\frac{y'}{y}$.
4. **Despejar:** Multiplique toda la ecuación por y, y reemplace y por la función original $f(x)$.

$$\boxed{y = f(x)^{g(x)}} \xrightarrow{\text{Aplicar ln}} \boxed{\ln(y) = g(x)\ln(f(x))} \xrightarrow{\text{Derivar}} \boxed{\frac{y'}{y} = \frac{d}{dx}[\dots]} \xrightarrow{\text{Despejar}} \boxed{y' = y \cdot [\dots]}$$

PROFE TEO

El error clásico de todo examen de cálculo: Los alumnos derivan maravillosamente todo, despejan $\frac{y'}{y}$ y se olvidan de pasar la y a multiplicar al final. ¡No pierdas puntos por ese descuido!

Bloque I: 5 Problemas Matemáticos Resueltos

Problema Resuelto 1: El Caso Clásico Variable-Variable

Enunciado: Halle la derivada de $y = x^x$ para $x > 0$. **Solución:** Aplicamos logaritmo a ambos lados: $\ln(y) = \ln(x^x)$. Por propiedad del logaritmo, bajamos la x: $\ln(y) = x\ln(x)$. Derivamos ambos lados respecto a x (usando regla del producto a la derecha):

$$\frac{y'}{y} = (1)\ln(x) + x\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{y'}{y} = \ln(x) + 1$$

Despejamos y' y reemplazamos $y = x^x$: **Respuesta:** $y' = x^x(\ln x + 1)$.

PROFE TEO
Cuidado con las bases trigonométricas complejas. La regla del producto en el lado derecho casi siempre te va a generar un término fraccionario. Simplifica con cuidado.

Problema Resuelto 2: Trigonometría Anidada

Enunciado: Obtenga y' si $y = (\sin x)^{\cos x}$. **Solución:** Aplicamos ln: $\ln(y) = \cos(x)\ln(\sin x)$. Derivamos implícitamente:

$$\frac{y'}{y} = -\sin(x)\ln(\sin x) + \cos(x)\left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]$$

$$\frac{y'}{y} = -\sin(x)\ln(\sin x) + \cos(x)\cot(x)$$

Pasamos y a multiplicar: **Respuesta:** $y' = (\sin x)^{\cos x}[\cos x \cot x - \sin x \ln(\sin x)]$.

Problema Resuelto 3: El Monstruo Fraccionario

Enunciado: Simplifique la derivada de $y = \frac{(x-2)^4\sqrt{x^2+1}}{(3x+5)^7}$. **Solución:** Hacer esto con la regla del cociente tomaría tres pizarras. Usamos ln:

$$\ln(y) = 4\ln(x-2) + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) - 7\ln(3x+5)$$

Derivamos instantáneamente cada término:

$$\frac{y'}{y} = 4\left(\frac{1}{x-2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{2x}{x^2+1}\right) - 7\left(\frac{3}{3x+5}\right)$$

Multiplicamos por y: **Respuesta:** $y' = \frac{(x-2)^4\sqrt{x^2+1}}{(3x+5)^7}\left[\frac{4}{x-2} + \frac{x}{x^2+1} - \frac{21}{3x+5}\right]$.

Problema Resuelto 4: Logaritmo en el Exponente

Enunciado: Halle la derivada de $y = x^{\ln x}$. **Solución:** Aplicamos ln: $\ln(y) = \ln(x^{\ln x})$. El exponente $\ln x$ baja a multiplicar al $\ln x$ original:

$$\ln(y) = (\ln x)(\ln x) = (\ln x)^2$$

Derivamos usando regla de la cadena a la derecha:

$$\frac{y'}{y} = 2(\ln x)\cdot\frac{1}{x} = \frac{2\ln x}{x}$$

Respuesta: $y' = x^{\ln x}\left(\frac{2\ln x}{x}\right)$.

Problema Resuelto 5: Exponente Trascendente

Enunciado: Derive la función $f(x) = x^{e^x}$. **Solución:** Tomamos $\ln(f(x)) = e^x \ln(x)$. Derivamos usando regla del producto:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = e^x \ln(x) + e^x \left(\frac{1}{x}\right)$$

Factorizamos e^x a la derecha y despejamos $f'(x)$:

$$f'(x) = f(x)e^x \left(\ln x + \frac{1}{x}\right)$$

Respuesta: $f'(x) = x^{e^x} e^x \left(\ln x + \frac{1}{x}\right)$.

PROFE TEO

Nota interesante: x^{e^x} NO es lo mismo que e^{x^x}. Siempre respeta el orden de las potencias, los logaritmos solo bajan el primer bloque de exponentes a la vez.

Bloque II: 5 Aplicaciones Resueltas

Aplicación 1: Trading Algorítmico

Contexto: El valor proyectado de un algoritmo de operaciones bursátiles escala exponencialmente bajo $V(t) = t^{1/t}$ millones. Encuentre la tasa marginal de depreciación del código al procesar el primer milisegundo transaccional.
Solución: Tomamos $\ln V = \frac{1}{t}\ln t$. Derivamos: $\frac{V'}{V} = -t^{-2}\ln t + t^{-1}(1/t) = \frac{1-\ln t}{t^2}$. Para $t = 1$: $V'(1) = 1^{1/1} \cdot \frac{1-0}{1} = 1$. **Respuesta:** Aumenta 1 millón/ms.

Aplicación 2: Biología Matemática

Contexto: La barrera de resistencia mutagénica de un cultivo celular ante terapias farmacológicas sigue $R(d) = (\ln d)^d$. Calcule la alteración instantánea de mutación al administrar la dosis base de número de Euler.
Solución: $\ln R = d\ln(\ln d)$. $\frac{R'}{R} = \ln(\ln d) + d(\frac{1}{d\ln d}) = \ln(\ln d) + \frac{1}{\ln d}$. En $d = e$: $R = (\ln e)^e = 1$. $R'/R = \ln(1) + 1/1 = 1$. **Respuesta:** Cambia a 1 unidad/dosis.

Aplicación 3: Saturación de Servidores

Contexto: La latencia de peticiones en un directorio web masivo escala catastróficamente como $L(u) = u^{\sin u}$. Cuantifique el gradiente de retardo si ingresan concurrentemente π millones de usuarios al portal principal.
Solución: $\ln L = \sin u \ln u$. $L'/L = \cos u \ln u + \frac{\sin u}{u}$. En $u = \pi$: $L = \pi^0 = 1$. $L'/1 = \cos(\pi)\ln\pi + 0 = -\ln\pi$. **Respuesta:** Decrece a $\ln\pi$ milisegundos/usuario.

Aplicación 4: Dinámica Financiera

Contexto: El factor de riqueza marginal en inversiones puras a interés continuo evoluciona como $W(x) = (1 + 1/x)^x$. Obtenga el impulso de crecimiento del portafolio al completar exactamente dos años de operación financiera ininterrumpida.
Solución: $\ln W = x\ln(1 + 1/x)$. $W'/W = \ln(1 + 1/x) + x(\frac{1}{1+1/x})(-1/x^2) = \ln(1 + 1/x) - \frac{1}{x+1}$. En $x = 2$: $W(2) = 1{,}5^2 = 2{,}25$. **Respuesta:** Impulsa a $2{,}25[\ln(1{,}5) - 1/3]$ factor/año.

Aplicación 5: Disipación Térmica

Contexto: La intensidad termodinámica focal de un disipador metálico en servidores disipa radiación como $I(r) = r^{-r}$. Indique la tasa exacta de enfriamiento instantáneo cruzando un radio físico de dos milímetros circulares.
Solución: $\ln I = -r\ln r$. $I'/I = -\ln r - r(1/r) = -\ln r - 1$. En $r = 2$: $I(2) = 2^{-2} = 1/4$. $I'(2) = \frac{1}{4}(-\ln 2 - 1)$. **Respuesta:** Disipa a $-\frac{1}{4}(\ln 2 + 1)$ unidades/mm.

PROFE TEO

Las aplicaciones de x^x son rarísimas en física elemental, pero en optimización de redes, teoría de colas y computación algorítmica aparecen continuamente. ¡Puro modelamiento matemático avanzado!

Bloque III: 10 Problemas de Reflexión

Responda conceptualmente argumentando su razonamiento lógico o analítico.

1. Argumente lógicamente por qué intentar derivar $y = x^x$ aplicando únicamente la regla de la potencia (nx^{n-1}) nos conduce a un error analítico catastrófico.

2. Analice el rol estructural que juega la derivación implícita en este proceso. ¿Por qué es matemáticamente imposible aplicar este método sin conocer antes la regla de la cadena para $\ln(y)$?

3. Compare el comportamiento gráfico de $y = x^2$, $y = 2^x$ y $y = x^x$. ¿Qué sucede con la tasa de crecimiento marginal de x^x para valores grandes de x frente a las otras dos funciones?

4. Un compañero argumenta que usar derivación logarítmica para $y = (x^2+1)^5$ es válido, pero ineficiente. Justifique en qué casos específicos esta técnica retrasa los cálculos en lugar de acelerarlos.

5. Geométricamente, sabemos que $\lim_{x\to 0^+} x^x = 1$. Utilice la primera derivada para explicar si la recta tangente en esa proximidad asintótica se vuelve vertical u horizontal.

6. Evalúe el dominio de la técnica. Al aplicar $\ln(f(x))$, automáticamente forzamos a que $f(x) > 0$. ¿Cómo lidia la derivación logarítmica formal con funciones complejas evaluadas en sus rangos negativos?

7. Demuestre que si un polinomio masivo $P(x)$ tiene múltiples raíces reales, su derivada logarítmica $\frac{P'(x)}{P(x)}$ tendrá asíntotas verticales en cada una de esas raíces exactas.

8. Intente plantear el operador de la segunda derivada y'' para la función $y = x^x$. Detalle por qué este cálculo se vuelve abrumadoramente extenso a pesar de la simplicidad de la primera derivada.

9. Analice la estructura $f(x)^{g(x)}$. ¿Garantiza el teorema del valor medio la existencia de tangentes horizontales en algún punto del dominio para toda función de este tipo?

10. Un analista avanzado sugiere reescribir $y = x^x$ usando la identidad trascendente $y = e^{x \ln x}$ y derivar usando la regla de la cadena normal. Demuestre que ambas rutas producen el mismo resultado.

Bloque IV: 20 Problemas Propuestos Matemáticos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Derive la función compuesta elástica $y = x^{3x}$.

Guía de Solución Interactiva

1. Aplicamos logaritmo y bajamos el exponente: $\ln(y) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \cdot \ln(x)$.
2. Derivamos ambos miembros: $\frac{y'}{y} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \cdot \ln(x) + 3x \cdot (\frac{1}{x})$.
3. Despejamos el operador final: $y' = x^{3x}(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + 3)$.

Problema 2. Obtenga la derivada combinada de bases $y = (2x)^{\sqrt{x}}$.

Guía de Solución Interactiva

1. Estructuramos la ecuación inicial: $\ln(y) = \sqrt{x}\ln(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)$.
2. Derivada del producto: $\frac{y'}{y} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ln(2x) + \sqrt{x}\left(\frac{\_\_\_\_}{2x}\right)$.
3. Organizamos la fracción resultante: $y' = (2x)^{\sqrt{x}}\left[\frac{\ln(2x)+\_\_\_\_}{2\sqrt{x}}\right]$.

Problema 3. Halle y' simplificando el cociente masivo $y = \frac{(x+1)^2}{(x-2)^3}$.

Guía de Solución Interactiva

1. Propiedades de cocientes y potencias: $\ln y = 2\ln(x+1) - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$.
2. Derivamos cada bloque en paralelo: $\frac{y'}{y} = \frac{2}{x+1} - \frac{\_\_\_\_}{x-2}$.
3. Ensamblamos la respuesta total: $y' = \frac{(x+1)^2}{(x-2)^3}\left[\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-2}\right]$.

PROFE TEO

¡El salvavidas del álgebra! Cuando tengas una fracción inmensa con raíces y potencias, tomar logaritmos las convierte en sumas y restas de fracciones diminutas. Es un truco hermoso y legal.

Problemas Generales Analíticos

Problema 4. Calcule la derivada de la base trigonométrica $f(x) = (\cos x)^x$.

Problema 5. Determine la derivada de la función anidada $y = x^{x^2}$.

Problema 6. Halle $f'(x)$ para el polinomio variable $f(x) = (x^2 + 1)^x$.

Problema 7. Derive la función asintótica estructural $g(x) = (1/x)^x$.

Problema 8. Resuelva la derivada del factor algebraico $y = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$.

Problema 9. Encuentre el ritmo de cambio local para la ecuación $y = (\ln x)^x$.

Problema 10. Derive simplificando al máximo $h(t) = \frac{t^4 \sin(t)}{\sqrt{t^2+5}}$.

Problema 11. Determine la pendiente tangente en $x = e$ para $f(x) = x^{\ln x}$.

Problema 12. Obtenga la derivada combinada trascendente de $y = (\sin x)^{\sin x}$.

Problema 13. Derive la función recursiva logarítmica $f(x) = x^{\frac{1}{\ln x}}$.

Problema 14. Halle y' para el producto de exponentes gigantes $y = e^x x^{\sin x}$.

Problema 15. Calcule la derivada implícita logarítmica de $(1 + x)^{1/x}$.

Problema 16. Derive el término polinomial fracturado $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x(x-2)}{(x^2+1)^2}}$.

Problema 17. Resuelva el operador analítico de la doble torre $f(w) = w^{w^w}$.

Problema 18. Encuentre $f'(x)$ asumiendo que $y = (\tan x)^{\sec x}$.

Problema 19. Pruebe analíticamente que la derivada de $y = (e^x)^x$ no requiere diferenciación logarítmica pura, pero compárelo aplicando la técnica para verificar resultados.

Problema 20. Halle la derivada evaluada $f'(\pi/4)$ para $f(x) = (\tan x)^x$.

Bloque V: 20 Problemas de Aplicación Propuestos

Ejercicios Guiados Paso a Paso

Problema 1. Una red de criptografía financiera cifra bases de datos con una densidad nodal modelada como $D(x) = x^{\ln x}$ hashes. Evalue la tensión operacional al procesar el nodo número e.

Guía de Solución Interactiva

1. Ecuación estructural logarítmica: $\ln D = \ln(x) \cdot \_\_\_\_ = (\ln x)^2$. 2. Derivando la carga nodal: $D'(x) = x^{\ln x}[\_\_\_\_\_\_\_\_]$. 3. Sensibilidad final resulta en ________ hashes/nodo.

Problema 2. El flujo de vehículos en distritos metropolitanos este sufre fluctuaciones cíclicas donde la velocidad óptima es $V(t) = (\cos t)^t$ km/h. Calcule el gradiente de aceleración urbana en tráfico asintótico nulo $t = 0$.

Guía de Solución Interactiva

1. Tomamos $\ln V = t \ln(\_\_\_\_)$. 2. Derivada de congestión: $V'/V = 1 \ln(\cos t) - t \cdot \_\_\_\_$. 3. La alteración inicial evalúa en ________ aceleración neta.

Problema 3. Un servidor en la nube equilibra procesos E-commerce proyectando carga térmica $L(n) = n^{1/n}$ grados. Verifique la saturación marginal disipadora gestionando e nodos comerciales paralelos en la base MySQL.

PROFE TEO
En modelos predictivos (machine learning), la sobrecarga de datos a veces toma perfiles extraños como $n^{1/n}$. Su límite cuando $n \to \infty$ es 1, estabilizándose curiosamente.

Guía de Solución Interactiva

1. Balanceamos temperaturas: $\ln L = \frac{1}{n}\_\_\_\_$. 2. Efecto de gradiente cruzado: $L'/L = \frac{\_\_\_\_\_\_\_\_}{n^2}$. 3. Sustituyendo $n = e$, arroja el factor crítico ________ grados/nodo.

Problemas Generales Contextualizados

Problema 4. La aerodinámica de rotores en drones comerciales degrada sustentación mediante fricción de aire viscoso $S(\omega) = \omega^{1/\omega}$. Determine el estrés tangencial de quiebre girando a dos radianes segundo.

Problema 5. El modelado estadístico cuantitativo para arbitraje bursátil evalúa dispersiones de precios siguiendo $P(v) = v^{v^2}$. Pronostique la velocidad de volatilidad logarítmica franqueando la unidad financiera base de un dólar.

Problema 6. La acústica estructural en auditorios de conciertos refracta ecos obedeciendo ondas $A(\theta) = (\sin\theta)^{\theta}$ decibeles. Halle la tasa de pérdida de resonancia evaluando incidencia sonora en pi medios radianes axiales.

Problema 7. Una síntesis de biopolímeros en resinas aglomera eslabones moleculares escalando presión térmica $T(m) = m^{\sqrt{m}}$ pascales. Cuantifique la liberación calórica del reactor inyectando cien masas reactivas al recipiente.

Problema 8. El control de inventarios de logística hospitalaria proyecta faltantes de guantes clínicos $I(t) = (\ln t)^t$. Evalúe la escasez exponencial pronosticada analizando datos del tercer mes crítico de pandemia.

Problema 9. El posicionamiento SEO de directorios educativos escala tráfico en buscadores bajo la función de clics $C(k) = k^{\ln(k^2)}$. Calcule la explosión instantánea de visitas tras indexar exactamente e palabras clave primarias.

Problema 10. La cinética enzimática estomacal disuelve capas proteicas de medicamentos marcando concentración gástrica $M(c) = (c^2 + 1)^c$. Diagnostique el impacto bioquímico absorbiendo un miligramo puro sistémico en tejido mucoso profundo.

Problema 11. Un lente astronómico hiperbólico filtra luz estelar con aberración cromática calculada en frentes de onda $F(x) = (x+2)^x$. Obtenga la corrección óptica focal requerida interceptando un año luz unitario.

Problema 12. La propagación epidemiológica de virus respiratorios altera coeficientes de mutación de cepas mediante $\beta(p) = p^{1/p^2}$. Determine la estabilización celular genética aislando dos células huésped contagiadas simultáneas operativas.

Problema 13. La microeconomía de pastelerías locales maximiza insumos para tortas temáticas asumiendo función de costos $C(q) = (\frac{q}{q+1})^q$. Identifique la rentabilidad logarítmica de fabricar la décima unidad premium especial diaria.

Problema 14. El espectro magnético terrestre atrapa viento solar deformando líneas de campo por $B(\alpha) = (\sec\alpha)^\alpha$ teslas. Calcule la radiación geomagnética desviando tormentas iónicas bajo un ángulo de pi cuartos.

Problema 15. Una simulación climática modela precipitación extrema de tormentas proyectando nubes bajo factor $N(h) = h^{e^h}$ hectolitros. Cuantifique la velocidad torrencial pluviométrica cruzando altitudes estratosféricas de un kilómetro nuboso cúbico absoluto.

Problema 16. El ancho de banda en cables troncales de internet submarinos interrumpe paquetes cifrados de datos estimando pérdida $P(b) = (1 + b^2)^{\arctan b}$. Precise el límite de latencia operando a un gigabyte constante.

Problema 17. Un reactor atómico fisiona uranio confinando plasma a presiones brutales controladas $R(v) = v^{v^3}$. Calcule el margen seguro diferencial de contención metálica alcanzando volumen crítico de dos metros nucleares vacíos.

Problema 18. La elasticidad de neumáticos de carreras expulsa deformación térmica friccionando asfalto $E(\tau) = (\tau^2 + 1)^\tau$. Halle el grado de fatiga transversal del polímero vulcanizado superando una fuerza tangencial absoluta.

Problema 19. La calibración láser forense escanea relieves dactiloscópicos identificando crestas epidérmicas $L(z) = (\ln z)^{\ln z}$. Evalúe la profundidad microscópica focal ajustando el biométrico en nivel de acercamiento número e^2.

Problema 20. La carga algorítmica profunda procesando cálculos de matrices matemáticas puras satura la memoria GPU según $M(n) = n^{n^n}$. Establezca la falla arquitectónica de desbordamiento de caché superando el segundo ciclo lógico.

Claves de Respuestas

Propuestos Matemáticos

1. $x^{3x}(3\ln x + 3)$.
2. $(2x)^{\sqrt{x}}\frac{\ln(2x)+2}{2\sqrt{x}}$.
3. $y[2/(x+1) - 3/(x-2)]$.
4. $(\cos x)^x[\ln(\cos x) - x\tan x]$.
5. $x^{x^2}[2x\ln x + x]$.
6. $(x^2+1)^x[\ln(x^2+1) + 2x^2/(x^2+1)]$.
7. $(1/x)^x[-\ln x - 1]$.
8. $\sqrt{x}^{\sqrt{x}}\frac{\ln x+2}{4\sqrt{x}}$.
9. $(\ln x)^x[\ln(\ln x) + 1/\ln x]$.
10. $h(t)[4/t + \cot t - t/(t^2+5)]$.
11. $m = 2e$.
12. $(\sin x)^{\sin x}\cos x(\ln\sin x + 1)$.
13. 0 (ya que $f(x) = e$).
14. $y[1 + \cos x\ln x + (\sin x)/x]$.
15. $(1+x)^{1/x}[1/(x^2+x) - (\ln(1+x))/x^2]$.
16. $g(x)[\frac{1}{3x} + \frac{1}{3(x-2)} - \frac{4x}{3(x^2+1)}]$.
17. $w^{w^w}w^w[\ln w(\ln w + 1) + 1/w]$.
18. $y\sec x\tan x[\ln\tan x + \csc^2 x]$.
19. Ambos arrojan $2xe^{x^2}$.
20. $\pi/2$.

Propuestos de Aplicación

1. $2e$ hashes/nodo.
2. 0 aceleración (tangente horizontal).
3. 0 (derivada en e de $n^{1/n}$ es cero).
4. $\sqrt{2}(1-\ln 2)/4$ estrés/rad.
5. 1 volatilidad/dólar.
6. 0 dB/rad (máximo relativo).
7. $10^{10}(5\ln 100 + 5)$ Pa/masa.
8. $(\ln 3)^3[\ln(\ln 3) + 1/\ln 3]$.
9. $4e^2$ clics/kw.
10. $2(\ln 2 + 1)$ impacto/mg.
11. $3(1+\ln 3)$ focal/año.
12. $2^{1/4}(1-2\ln 2)/8$ mutación/celular.
13. $(10/11)^{10}[\ln(10/11) + 1/11]$.
14. $\sqrt{2}^{\pi/4}[\frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2}]$.
15. $e^e[e+1]$ hl/km.
16. $2^{\pi/4}[\frac{\pi\ln 2}{4} + \frac{1}{2}]$ latencia/GB.
17. $2^8[12\ln 2 + 4]$ margen/m.
18. $2[\ln 2 + 1]$ fatiga/fuerza.
19. $2^2[\frac{\ln 2}{e^2} + \frac{\ln 2}{e^2}]$ prof/nivel.
20. $16[4\ln 2(1+\ln 2) + 2]$ caché/ciclo.

¡El Orden en el Caos!

'A primera vista, los problemas más colosales parecen imposibles de derivar. Sin embargo, así como la función logarítmica baja de su pedestal a los exponentes más inalcanzables convirtiéndolos en simples multiplicaciones, el enfoque metódico en el estudio puede reducir la montaña académica más desafiante a simples pasos lógicos y manejables.'

- La regla del análisis minucioso

¡Enhorabuena! Has perfeccionado el atajo algebraico definitivo de todo el análisis matemático.

$f(x)$

Prof. Teófilo Teves

www.teoteves.com